Universidad Nacional de Córdoba
FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA Y FÍSICA

PROGRAMA DE ASIGNATURA

ASIGNATURA: Introducción a las álgebras de Lie y sus representaciones	**AÑO:** 2010
CARÁCTER: Curso de posgrado y Especialidad	
DOCENTE ENCARGADO: Leandro Cagliero	

CONTENIDOS

Unidad I: Conceptos básicos.
Definiciones y ejemplos, álgebras de Lie clásicas. Homomorfismos e ideales, representaciones, completa reducibilidad. Definición de grupo algebraico y su álgebra de Lie, ejemplos Automorfismos, derivaciones, expponencial de derivaciones, automorfismos interiores. Productos semidirectos

Unidad II: Álgebras de Lie nilpotentes y solubles.
Definiciones y ejemplos. Autoespacios simultaneos, Lema de invarianza. Teorema de Engel y Teorema de Lie. Forma de killing, criterio de Cartan para álgebras de Lie solubles. Radicales soluble y nilpotente.

Unidad III: Álgebras de Lie semisimples.
Definiciones y ejemplos, criterio de Cartan para álgebras de Lie semisimples. Ideales y descomposición en ideales simples. Perpendicularidad. Derivaciones interiores. Lema de Schur. Elemento de Casimir. Teorema de Weyl de completa reducibilidad de representaciones, truco de unitarizabilidad. Descomposición de Jordan en un álgebra de Lie semisimple. Completa reducibilidad de representaciones, truco de unitarizabilidad. Representaciones de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$. Subálgebras de torales y descomposición en espacios raíces. Sistema de raíces asociado a una subálgebra toral maximal. Propiedades axiomáticas de las raíces de un álgebra de Lie semisimple. Sistemas de raíces abstractos y su clasificación. Ejemplos.

Unidad IV: Sistemas de raíces abstractos (sin demostraciones). Definiciones y ejemplos. Propiedades básicas. Grupo de automorfismos y grupo de Weyl. Cámaras de Weyl, Bases y acción del grupo de Weyl. Raíz máxima. Matriz de Cartan, grafo de Coxeter y Diagrama de Dynkin. Clasificación. Estructura del grupo de automorfismos de un sistema de raices indescomponible.

Unidad V: Teoremas de isomorfismo y conjugación.
Isomorfismos entre sistemas de raíces inducen isomorfismos entre las álgebras del Lie. Elementos regulares. Subálgebras de Cartan (SAC) y subálgebrasde Engel (SAE) de álgebras de Lie arbitrarias. Ejemplos. Caracterizacion de las SAC como SAE minimales. Igualdad entre SAC y subálgebras torales maximales para las álgebras de Lie semisimples. Teorema de conjugación de las SAC para álgebras de Lie arbitrarias.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- J. Humphreys. *Introduction to Lie algebras and representation theory*, Springer-Verlag, New York 1972.
- N. Andruskiewitsch. *Álgebras de Lie semisimples y Representaciones de Dimensión Finita.* Trabajos de Matemática Serie B, 1995/30.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- R. Goodman and N. Wallach. *Representations and invariants of classical groups.* Cambridge Univ. press, Cambridge UK, 1999.
- A. Knapp. *Lie groups beyond an introduction.* Birkhäuser, Boston, 1996.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

- El examen final contará de una evaluación escrita sobre contenidos teóricos y prácticos,

OBSERVACIONES

La Unidad V no pertenece al programa si el curso se toma como Especialidad u Optativa para la carrera de Lic. en Matemática.