Universidad Nacional de Córdoba
FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA Y FÍSICA

PROGRAMA DE ASIGNATURA

ASIGNATURA: ALGEBRA II (para Lic.Comp.se llama solo ALGEBRA)	**AÑO:** 2009 (2do Cuatrimestre)
CARACTER: Obligatoria	
DOCENTE ENCARGADO: Penazzi, Daniel	

CONTENIDOS

Unidad I: Sistemas de Ecuaciones lineales y Matrices.

Sistemas de Ecuaciones Lineales. Resolucion por el metodo de eliminacion de variables. Matrices. Representacion matricial de un sistema de ecuaciones lineles. Sistemas Homogeneos y no homogeneos. Operaciones Elementales por Filas (OEFs). Matrices Equivalentes por filas. Reduccion por filas. Teorema:*Sistemas correspondientes a matrices (ampliadas) equivalentes por filas tienen las mismas soluciones.* Metodos de Gauss y Gauss-Jordan. Matriz Escalon Reducida por Filas. (MERF).

Unidad II: Operaciones con Matrices y VITs (Very Important Theorems)

Operaciones con matrices. (suma, multiplicacion). Matriz Identidad. Propiedades de la multiplicacion y suma de matrices. Teorema:*Toda matriz es equivalente por filas a una sola MERF.* Definicion: Rango de una matriz=numero de pivotes de la unica MERF a la cual es equivalente. VIT!:*El sistema homogeneo $AX = 0$ tiene solo la solucion nula si y solo si el rango de A es igual al numero de columnas de A.* VIT$\exists$:*Los sistemas no homogeneos $AX = b$ tienen solucion para todo b si y solo si el rango de A es igual al numero de filas de A.* Corolarios:*Un sistema homogeneo con mas incognitas que ecuaciones tiene soluciones no nulas. Si A tiene mas filas que columnas existen bs tales que el sistema $AX = b$ no tiene solucion.* Matrices cuadradas. Inversa de una matriz, inversa a izquierda, a derecha. Unicidad. VIT^{-1}:*Si A es $n \times n$, las siguientes afirmaciones son equivalentes: 1) A es inversible 2) A tiene inversa a izquierda 3) A tiene inversa a derecha 4) $AX = 0 \Rightarrow X = 0$ 5) $\forall b\ n \times 1 \exists X n \times 1 : AX = b$ 6) Rango$(A) = n$ 7)$A \sim I$ 8) $\forall b\ n \times 1 \exists! X n \times 1 : AX = b$.* Consecuencia de la prueba: Algoritmo para encontrar la inversa de una matriz. Propiedad: *Un producto de matrices cuadradas es inversible si y solo si cada una lo es.* Matrices Elementales. VIT$\prod$:*A inversible $\iff$ $A \sim I$ $\iff$ A es producto de elementales.*

Unidad III:Espacios Vectoriales sobre un cuerpo $\mathbb{K}$ Definicion de Espacio Vectorial. Ejemplos. Propiedades basicas. Subespacios: definicion y caracterizacion. Transformaciones lineales. Nucleo e Imagen de una transformacion lineal como subespacios. Dependencia e independencia lineal. Combinaciones lineales. Interseccion de subespacios vectoriales. Conjuntos generadores. Bases. Dos bases cualesquiera tienen la misma cardinalidad. (probado para el caso finito). Dimension. Todo conjunto LI en un EV de dimension finita puede extenderse a una base. Espacio-fila y rango-fila. Espacio-columna y rango-columna. Matrices equivalentes por filas tienen el mismo espacio fila. Propiedad:*Las filas no nulas de una MERF son base de su espacio-fila.* Corolario: Rango-fila=Rango. Calculos relativos a subespacios.(caracterizacion, extraccion de una base, etc). Bases Ordenadas. Coordenadas de un vector relativo a una base ordenada.

Unidad IV:Transformaciones Lineales Transformaciones no singulares. Isomorfismos. Ejemplos. Teorema:$T : V \mapsto W$ *lineal, dim* $V = n \Rightarrow$ *dim NuT*$+$*dim ImT* $= n$ Corolarios. Teorema:*rango-columna=rango-fila=rango.* Definicion de suma de subespacios. Espacio producto. Teorema:W_i *supespacios de dimension finita de* V *entonces dim* $(W_1 + W_2) =$*dim*W_1+*dim*W_2−*dim*$(W_1 \cap W_2)$. Matriz de una transformacion lineal respecto de bases ordenadas. Teorema:$T : V_1 \mapsto V_2$ *lineal,* $\mathcal{B}_i$ *base ordenada de* V_i*, entonces* $[T\alpha]_{\mathcal{B}_2} = [T]_{\mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2}[\alpha]_{\mathcal{B}_1}$ Corolario:*La matriz de la composicion de transformaciones lineales es el procucto de las matrices de las transformaciones.* Matriz de Cambio de Base. Matrices semejantes. Ejemplo de aplicacion: el modelo predador-presa. El espacio dual. El doble dual. Transpuesta de una transformacion lineal.

Unidad V: Determinantes.
Definicion de determinantes para los casos $n = 1, 2, 3$. Permutaciones. Signo de una permutacion. Definicion de determinantes en el caso general. Propiedades elementales. Multilinealidad. Propiedad: el determinante es alternante, i.e., si A tiene dos filas iguales entonces su determinante es nulo. Comportamiento del determinante bajo OEFs. Teorema:*1)* A *es invertible si y solo si det*$A \neq 0$ *2) det*(AB) =*det*(A)*det*(B). Unicidad del determinante. Expansion por filas/columnas. Adjunta de una matriz. Inversa en terminos de la adjunta. Regla de Cramer.
Unidad VI: Espacios con producto interno (real y complejo) Definicion. Propiedades basicas de un producto interno. Ejemplos. Desigualdad de Cauchy-Schwartz. Desigualdad triangular. Norma de un vector. Espacio ortogonal. Conjuntos ortogonales y ortonormales. Procedimiento de Gram-Schmidt. Mejor aproximacion a un vector por vectores de un subespacio. Proyeccion ortogonal. Teorema: W subespacio de dimension finita de V entonces $V = W \oplus W^{\perp}$. Producto cruz de dos vectores en $\mathbb{R}^3$. Propiedades.

Unidad VII:Autovalores y autovectores. Definicion. Polinomio caracteristico. Ejemplos y calculos. Independencia de autovectores asociados a autovalores distintos. Matrices y transformaciones lineales diagonalizables. Teorema:*Si V un espacio vectorial de dimension finita n, $T : V \mapsto V$ es una transformacion lineal, $c_1, c_2, \dots, c_r$ los autovalores distintos de T, $d_i = dim\ Nu(T - c_i I)$, $p(x) =$ polinomio caracteristico de T. Entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes: 1) T es diagonalizable. 2) $p(x) = (x - c_1)^{d_1}(x - c_2)^{d_2} \dots (x - c_r)^{d_r}$ 3) $n = d_1 + \cdots + d_r$.* Teorema de Cayley-Hamilton (sin prueba).

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA BASICA

- .- ALGEBRA LINEAL.*Hoffman and Kunze.*

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

- ALGEBRA LINEAL. *Stanley Grossman* McGraw-Hill. 1997.
- APPLIED LINEAR ALGEBRA *Ben Noble-James Daniel* Prentice Hall. 1988

EVALUACION

FORMAS DE EVALUACION

- Tres parciales (mas recuperatorios para los que no pudieron ir a alguno por razones de fuerza mayor).
- Examen final con dos partes, una practica y otra teorica, ambas deben ser aprobadas.

CONDICIONES PARA OBTENER LA REGULARIDAD

1. ASISTENCIA

   - 100 % de asistencia a los teoricos. (requerimiento ”laxo”: no se tomo asistencia, pero el alumno era responsable de saber lo que se decia en el teorico si no asistia).
   - Asistencia a 20 clases del practico (aprox. un 80 %).
   - Si no se satisfacia el requerimiento de asistencia, se debia sumar 14 puntos entre los 3 parciales, ademas de las condiciones dadas abajo.

2. EXAMENES PARCIALES

   - Requerimientos iniciales: Aprobar los tres parciales, o bien uno de los dos primeros mas el ultimo con 6 o bien los dos primeros con suma de 15 y obtener al menos un 2 en el ultimo. El ultimo dia de clase se rebajaron estos requerimientos a aprobar dos de los tres parciales.