

PROGRAMA DE ASIGNATURA

ASIGNATURA: Geometría Diferencial	AÑO: 2012
CARÁCTER: Obligatoria	
CARRERA/s: Licenciatura en Matemática	
RÉGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120 hs.
UBICACIÓN en la CARRERA: Segundo año – Segundo cuatrimestre	

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

En esta asignatura el alumno aprenderá los aspectos básicos de la teoría de curvas y superficies en \mathbb{R}^3 . Se definirán los conceptos de curvatura y torsión de una curva, y se verá que las mismas determinan la curva salvo isometría.

Se estudiarán las superficies regulares, analizando los ejemplos más usuales y sus propiedades características. Se introducirán los conceptos de curvatura, geodésicas, líneas de curvatura, isometrías.

Finalmente, se estudiarán algunos teoremas clásicos que demuestran que algunas propiedades de las superficies sólo dependen de la geometría intrínseca, es decir, no dependen de qué manera la superficie está incluida en el espacio ambiente \mathbb{R}^3 .

CONTENIDO

Unidad I: Curvas en \mathbb{R}^3

Curvas, longitud de arco, parametrizaciones por longitud de arco. Curvatura. Curvas planas. Curvatura signada de curvas planas. Curvas en \mathbb{R}^3 , el triedro de Frenet, curvatura y torsión. Fórmulas de Frenet. Isometrías de \mathbb{R}^3 . Congruencia de curvas. Teorema fundamental de la teoría local de curvas.

Unidad II: Superficies regulares

Definición de superficie regular, sistemas de coordenadas. Ejemplos: plano, cilindro, cono, esfera, superficies regladas y de revolución. Superficies definidas implícitamente como preimagen de un valor regular de $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciable. Cambio de coordenadas. Funciones diferenciables entre superficies. Plano tangente, diferencial de una función. Teorema de la función inversa en superficies.

Unidad III: Primera forma fundamental

Coeficientes de la primera forma fundamental, longitud de curvas en una superficie, ángulo entre vectores tangentes. Área de regiones acotadas en una superficie. Orientabilidad.

Unidad IV: La aplicación de Gauss

Propiedades de la aplicación de Gauss. Segunda forma fundamental. Curvatura normal, curvaturas principales. Líneas de curvatura. Fórmula de Euler. Curvatura gaussiana y curvatura media. Clasificación de los puntos de una superficie según las curvaturas principales: puntos elípticos, hiperbólicos, parabólicos y planares. Puntos umbílicos. Caracterización de superficies con todos sus puntos umbílicos.

Unidad V: Cálculo en coordenadas

Coeficientes de la segunda forma fundamental. La aplicación normal de Gauss en coordenadas, ecuaciones de Weingarten. Fórmulas de la curvatura gaussiana, curvatura media y curvaturas principales. Curvas asintóticas. Propiedades locales de una superficie en un punto elíptico, hiperbólico o umbílico.

Unidad VI: Geometría intrínseca de superficies

Isometrías, isometrías locales. Mapas conformes. Los símbolos de Christoffel asociados a un sistema de coordenadas, propiedades. Fórmula de Gauss, ecuaciones de Mainardi-Codazzi. Teorema egregium de Gauss.

Unidad VII: Campos vectoriales en superficies

Campos vectoriales diferenciables en una superficie, campos a lo largo de curvas. Derivada covariante. Campos paralelos a lo largo de curvas, traslación paralela. Geodésicas, propiedades. Ecuación diferencial de las geodésicas. Geodésicas del plano, el cilindro, el toro y superficies de revolución. Teorema de rigidez de la esfera.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía Básica

- Manfredo do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces, Prentice-Hall, 1976.
- Barrett O'Neill, Elementos de geometría diferencial, Limusa, 1990.

Bibliografía Complementaria

- Alfred Gray, Modern differential geometry of curves and surfaces with MATHEMATICA, CRC 1998.
- Andrew Pressley, Elementary Differential Geometry, Springer-Verlag, 2001.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

Las clases constarán de una parte teórica y una parte práctica.

- Parte teórica:** se desarrollará frente al pizarrón, donde se explicarán los contenidos de la materia. Se espera que los alumnos analicen las demostraciones y los ejemplos de manera crítica y se establezca un diálogo profesor-alumno que permita una mejor comprensión de los temas.
- Parte práctica:** cada alumno deberá resolver las guías de trabajos prácticos con la ayuda del docente encargado.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

- Dos (2) evaluaciones parciales y un recuperatorio que podrá ser de cualquiera de ellas.
- Las evaluaciones parciales constarán de contenidos prácticos.
- El examen final constará de una evaluación escrita con contenidos teóricos y prácticos y de una evaluación oral sobre contenidos principalmente teóricos. La evaluación oral tendrá lugar sólo si el examen escrito ha sido aprobado.

CRITERIOS DE REGULARIDAD

1. ASISTENCIA

- Asistencia al 70% de la totalidad de las clases prácticas.

2. EXÁMENES PARCIALES

- Aprobación de 2 evaluaciones parciales, con calificación mayor o igual a 4.
- Aprobación de un parcial y de un recuperatorio que incluirá los temas del parcial no aprobado.