UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
Facultad de Matemática, Astronomía y Física

PROGRAMA DE ASIGNATURA

ASIGNATURA: Métodos Matemáticos de la Física	**AÑO**: 2011
CARÁCTER: Obligatoria	
CARRERA/s: Licenciatura en Astronomía - Licenciatura en Física	
RÉGIMEN: cuatrimestral	**CARGA HORARIA:** 120 hs.
UBICACIÓN en la CARRERA: Tercer año - Segundo cuatrimestre	

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Puesto que esta materia es posterior a Mecánica y a Electromagnetismo I, y simultanea a Electromagnetismo II, el alumno ya se ha enfrentado a ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales. Incluso a métodos sofisticados (expansión en sistemas ortogonales, etc.) de las solución de ecuaciones como la de Laplace y de Poisson. Sin embargo no esta familiarizado con la extensión o generalización de conceptos y métodos del álgebra lineal a dimensión infinita. Se propone entonces un repaso del álgebra lineal desde el punto de vista abstracto que permite tratar casos de dimensión infinita inmediatamente. Esto es de vital importancia en la mecánica cuántica que se encara en el próximo año.
En el mismo tenor, se recalcan puntos de vista mas abstractos , cualitativos y generales en el área de las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales. Las transformaciones integrales de Fourier y Laplace se presentan desde el punto de vista de sus aplicaciones, sobre todo al problema de ecuaciones diferenciales.
Es frecuente la inclusión de calculo tensorial en cursos de este tipo. No lo hacemos aquí pues este calculo se presenta invariablemente antes en la materia Electromagnetismo II en el contexto de la electrodinámica relativista.
Si en cambio, pretendemos hacer un repaso del análisis real multidimensional (sobre todo en 2 y 3 dimensiones) . En los contenidos que siguen, incluimos objetivos específicos en cada uno de los temas a tratar en el curso.

CONTENIDO

1. ÁLGEBRA LINEAL.

Los alumnos han cursado y aprobado la materia correspondiente. Se hace entonces un repaso del álgebra lineal desde un punto de vista abstracto. Haciendo hincapié en los vectores como elementos de un espacio vectorial; en los aspectos geométricos (análogos a aquellos de la geometría del plano euclídeo) y en los operadores como aplicaciones o mapas entre espacios vectoriales. La generalización a dimensión infinita resulta natural. El único elemento nuevo es la noción de completitud asociada con la distancia; esto es análogo a la relación entre los números racionales y los reales.

Bibliografía recomendada:

- S. Axler: Linear Algebra Done Right. Springer-Verlag, New York 1997.
- G. Strang: Linear Algebra and its Applications. Academic Press, Orlando 1980.
- P.D. Lax: Linear Algebra and Its Applications. John Wiley & Sons, New Jersey 2007 (2nd edition).

Recapitulación de los elementos del álgebra lineal.
Espacios lineales; independencia lineal, dimensión, bases.
Operadores lineales; componentes; conmutabilidad; inversa.
Operadores vs. matrices.
Transformaciones de coordenadas; a; transformaciones de semejanza.
Espacios con producto escalar; formas lineales, componentes, espacio dual, base dual; producto interno, bases orto-normales. El adjunto de un operador. Tipos de operadores.
Matrices; operaciones; matrices simétricas, Hermitianas, unitarias, ortogonales, idempotentes; operación por bloques.
El espectro de un operador; autovalores y autovectores; polinomio característico; autovalores y autovectores a izquierda y a derecha; diagonalizacion; operadores Hermitianos; autovalores degenerados; operadores normales.
Forma de Jordan; Teorema de Cayley-Hamilton; polinomio minimal; subespacios invariantes y suma directa; proyectores; subespacios característicos; teorema de descomposición primaria; operadores nilpotentes; reducción a forma de Jordan.

Espacios vectoriales de dimensión infinita.
Ejemplos y su formalización. Espacios vectoriales normados. Completitud.
Espacios con producto escalar. Apreciaciones elementales sobre operadores en espacios de dimensión infinita.

2. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS.

Los alumnos han visto algo de ec. diferenciales ordinarias en Análisis IV; incluso resultados sobre existencia de soluciones. Además deberían tener alguna solvencia en el manejo obtenido en las distintas materias de física propiamente dicha. La idea es recalcar aspectos y métodos generales.
Se presentan algunos elementos básicos de la teoría de la estabilidad de ec.

diferenciales.

Bibliografía recomendada

- W.E. Boyce, and R.C. DiPrima: Elementary Differential Equations. John Wiley & Sons, New York 1969.
- D.L. Kreider, R.G. Kuller, and D.R. Osterberg: Elementary Differential Equations. Addison-Wesley, Reading (MS), 1968.

Introducción. Ecuaciones de primer orden; ejemplos ilustrativos para los distintos comportamientos de unicidad e existencia de soluciones.
Solución iterativa del problema de Cauchy. Teoremas de existencia y unicidad (contracciones en espacios métricos y puntos fijos).

Ecuaciones diferenciales de segundo orden. Casos reducibles a ec. de primer orden y formas canónicas.
Ecuaciones lineales. Caso homogéneo. Wronskiano y fórmula de Abel. Ecuaciones lineales de segundo orden a coeficientes constantes.
Fórmula de D'Alembert y soluciones fundamentales. Caso inhomogeneo.
Teoremas de Sturm sobre ceros de soluciones de ec. homogéneas.
Función de Green para problemas inhomogeneos. Problemas de autovalores; problema de Sturm-Liouville.
Soluciones en serie; puntos regulares y singulares; polinomio indicial; ecuación de Euler; teorema de Frobenius; ecuaciones de Bessel.

Sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden. Teoremas de existencia y unicidad.

Estabilidad de sistemas de ecuaciones de primer orden autónomas.

3. DISTRIBUCIONES
Lo que se presenta es sumamente básico y siempre pensando en el contexto de las aplicaciones a las ecuaciones diferenciales. Se entremezcla cronológicamente con el apartado siguiente sobre ``Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales''.

Bibliografía recomendada:

- M.J. Lighthill: Introduction to Fourier Analysis and Generalised Functions. Cambridge University Press, Cambridge, 1958.

Funciones de prueba suaves y sucesiones de funciones de prueba y su equivalencia. Distribución como funcional; suma y derivada. Operaciones elementales.
Cálculo y manipuleo formal de distribuciones.
Aplicaciones
Soluciones de ecuaciones diferenciales en distribuciones. Problemas inhomogeneos y función de Green.

4. TRANSFORMACIONES INTEGRALES

Lo que se presenta es sumamente básico y siempre en el contexto de las aplicaciones a las ecuaciones diferenciales. Vale lo mismo que se dijo respecto del apartado anterior.

Bibliografía recomendada:

- M.J. Lighthill: Introduction to Fourier Analysis and Generalised Functions. Cambridge University Press, Cambridge, 1958.
- J. Mathews, and R.L. Walker: Mathematical methods of Physics. Second Edition. Addison-Wesley, Redwood City, 1970.
- M.L. Boas: Mathematical Methods in the Physical Sciences. John Wiley & Sons, New York 1983.

Transformación de Fourier.
Definición y propiedades básicas (incl. transformación de distribuciones). Convolución. Aplicación a la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales.
Transformación de Laplace.
Definición y propiedades básicas. Convolución. Aplicación a la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales.

5.ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES

No se intenta exponer una teoría matemáticamente completa ni tampoco presentar una lista de ecuaciones y sus métodos de solución. En la medida de lo posible se intenta enfatizar resultados generales (en su mayoría sin demostraciones) y cualitativos. Se hace hincapié en el uso de simetrías.

Bibliografía recomendada:

- Luis A. Santaló: Vectores y tensores con sus aplicaciones. EUDEBA, Buenos Aires 1977.
- M.L. Boas: Mathematical Methods in the Physical Sciences. John Wiley & Sons, New York 1983.
- G.F. Carrier and C.E. Pearson: Partial Differential Equations. Academic Press, San Diego 1988. (second edition).
- J. Mathews, and R.L. Walker: Mathematical Methods of Physics. Second Edition. Addison-Wesley, Redwood City, 1970.

Repaso de análisis vectorial al nivel del libro de Santaló. Campos vectoriales y sus derivadas. Operadores diferenciales básicos: gradiente, divergencia, etc. Teoremas básicos de integración. Coordenadas curvilíneas (ortogonales).

Ecuaciones en derivadas parciales de la física: ecuaciones de difusión, del calor, de Schrödinger; ecuaciones de potencial (Laplace, Helmholtz, Poisson). Condiciones de contorno de Dirichlet, Neumann y Cauchy; existencia, unicidad y estabilidad de soluciones.

Funciones armónicas y sus propiedades.

Método de separación de variables; coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas; ejemplos en 1, 2 y 3 dimensiones: ecuación de difusión, de ondas, de Helmholtz, de Laplace y de Poisson.

Resolución por transformadas integrales; problemas sin condiciones iniciales; problemas en dominios no acotados.

Problemas inhomogeneos; problemas de autovalores, operadores Hermitianos; desarrollos en auto-funciones; inhomogeneidad en la ecuación, función de Green, ecuación diferencial para la función de Green; expresiones para la función de Green, desarrollos en auto-funciones, integración de la ecuación para la función de Green, solución fundamental; inhomogeneidad en las condiciones de contorno, homogeneización.

Método de las características para la ecuación de ondas.

BIBLIOGRAFÍA

Se especifico en los contenidos capitulo por capitulo.

Bibliografía complementaria:

- P. R. Halmos: Finite-Dimensional Vector Spaces. Springer-Verlag, New York 1974.
- T. Kato: Perturbation Theory for Linear Operators. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1995. Primer capitulo.
- V.I. Arnol'd: Ordinary Differential Equations. Springer-Verlag, Berlin 2006.
- A. Sommerfeld: Partial Differential Equations in Physics. Academic Press, New York 1967.
- R. Courant, and D. Hilbert: Methods of mathematical Physics (Two Volumes). Wiley Interscience, New York 1964.
- V.I. Arnol'd: Lectures on Partial Differential Equations. Springer-Verlag, Berlin 2004.
- O. Reula: Métodos matemáticos de la física. Editorial Universitaria UNC, Córdoba 2009.

METODOLOGÍA DE TRABAJO
4 horas semanales de clases y 4 horas semanales de trabajos prácticos.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Dos parciales y dos parcialitos.
Las evaluaciones parciales serán sobre contenidos de los prácticos y teóricos.
El examen final es escrito sobre contenidos teórico-prácticos. En algunos casos esto sera complementado por un examen oral.
Se puede aprobar la materia por el siguiente régimen de promoción directa. Además de cumplir con la condiciones de regularidad aprobando todas las evaluaciones parciales con nota no inferior a seis (6) y promedio no inferior a siete (7), el alumno deberá profundizar en el estudio de un tema especifico —a consensuarse con los docentes— que deberá presentar como coloquio en el transcurso del cuatrimestre.

CONDICIONES PARA OBTENER LA REGULARIDAD Y PROMOCIÓN

Aprobar los dos parciales; aprobar los dos parcialitos.