

Resumen

Esta tesis concierne la clasificación de álgebras de Hopf punteadas de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero. Consideramos tanto álgebras de Hopf sobre grupos abelianos como no abelianos y nos interesamos no sólo en la presentación de estas álgebras sino también en sus propiedades, como sus representaciones y sus deformaciones por cociclo.

Uno de los principales resultados de este trabajo es la clasificación de todas las álgebras de Hopf punteadas de dimensión finita cuyo grupo de elementos grupezcoc es \mathbb{S}_4 . También describimos todas las álgebras de Hopf punteadas sobre \mathbb{S}_5 cuya trenza infinitesimal está asociada con el rack de trasposiciones. Para esto, introducimos una familia de álgebras de Hopf punteadas $\mathcal{H}(\mathcal{Q})$ sobre grupos no abelianos.

Investigamos los módulos sobre las álgebras $\mathcal{H}(\mathcal{Q})$ cuya restricción al grupo de elementos grupezcoc es suma directa de módulos de dimensión uno. Usamos estos resultados para clasificar todos los módulos simples sobre las dos álgebras de Hopf punteadas sobre \mathbb{S}_3 . También encontramos el carcaj de Gabriel, las cubiertas proyectivas de los módulos simples, y probamos que no son de tipo de representación finito.

Clasificamos las categorías módulo exactas e indescomponibles sobre la categoría de representaciones de todas las álgebras de Hopf con corradical \mathbb{S}_3 y \mathbb{S}_4 . Como consecuencia, calculamos todas sus extensiones de Hopf-Galois y mostramos que estas álgebras de Hopf son deformaciones por cociclos de sus versiones graduadas.

Mostramos que un álgebra de Hopf punteada de dimensión finita tal que su trenza infinitesimal es de tipo estándar está generada por elementos casi primitivos y grupezcoc. Este hecho es un paso clave en la clasificación de las álgebras de Hopf punteadas sobre un grupo abeliano y coincide con una conjetura de larga data planteada por Andruskiewitsch y Schneider. También mostramos que las relaciones cuánticas de Serre se satisfacen en cualquier álgebra de Hopf punteada corradicalmente graduada de dimensión finita con trenza diagonal y determinamos cómo estas relaciones se levantan en el caso estándar.

Math. Subject Classification (2010): 16T05, 57T05, 13C60

Palabras y frases claves: Álgebras de Hopf, Categorías módulo, Representaciones

Este trabajo estuvo parcialmente subvencionado por:
CONICET, FONCyT-ANPCyT, Secyt (UNC), Mincyt (Córdoba), FaMAF (UNC).