

Resumen

El cálculo de la homología de un álgebra de Lie \mathfrak{n} , con coeficientes en algún módulo especial V , es un problema muy amplio y en la mayoría de los casos aún abierto. Se sabe muy poco sobre la interpretación de $H^*(\mathfrak{n}, V)$ y sobre cómo calcularlo; y tiene amplia relación con la geometría, la teoría de representaciones y la teoría de deformaciones. Este problema, cuando \mathfrak{n} es un nilradical de una subálgebra parabólica de un álgebra de Lie semisimple y el módulo es una representación del nilradical, que es restricción de una representación del álgebra de Lie, fue desarrollado por Kostant en 1961. El caso de la representación adjunta no está contenido en el trabajo de Kostant y es aún desconocido.

Esta tesis trata el problema de calcular la homología adjunta de nilradicales 2-pasos nilpotentes de A_n . Se estudian casos particulares de nilradicales y se dan avances en el cálculo del caso general. Además se incluyen los primeros grupos de homología adjunta para un nilradical en A_n .

Para toda álgebra de Lie 2-pasos nilpotente \mathfrak{n} , se tiene una sucesión exacta larga de homología que permite el cálculo de la homología adjunta $H_*(\mathfrak{n}, \mathfrak{n})$ conociendo la acción del morfismo de conexión de esta sucesión. Para ello es necesario primero conocer los vectores de peso máximo de la homología trivial de \mathfrak{n} y luego los vectores de peso máximo de ciertos productos tensoriales.

Para la primera etapa se hace uso del Teorema de Kostant y además se encuentran los vectores de peso máximo de la homología trivial en forma alternativa. En una segunda etapa, los vectores de peso máximo de ciertos productos tensoriales se obtienen usando un Teorema, basado en un trabajo de Cagliero y Tirao, 2002, y otro de Alvarez y Tirao, 2012.

Todos los casos estudiados en esta tesis comparten una serie de similitudes con los casos dados por Cagliero y Tirao: el álgebra de Lie libre 2-pasos nilpotente (nilradical de tipo B_n) y el álgebra de Lie de Heisenberg (nilradical de tipo C_n), en 2002 y 2004, respectivamente. La similitud más importante es la existencia de la *Propiedad de cancelación*, lo cual permite conjeturar que este no es un fenómeno aislado sino una propiedad de todos los nilradicales 2-pasos nilpotentes.

Palabras Claves: homología de álgebras de Lie, nilradicales de parabólicas.

Mathematics Subject Classification (2010): 17B10, 17B30, 17B56.