

Introducción

Son muchos los temas que hoy, en los cursos iniciales de matemática en las carreras de Ciencias Exactas generan inconvenientes a los alumnos, tanto en la comprensión de los conceptos en sí, como en las propiedades y relaciones matemáticas que los involucran. Es claro que estas tres cuestiones básicas son un paso previo para lograr la formalización de conceptos y una condición necesaria para interpretar y utilizar adecuadamente toda la potencia que dicha formalización encierra.

Teniendo en cuenta que en matemática los conceptos generalmente se dan a través de su definición, los principales propósitos de la modalidad de trabajo que proponemos aquí, están relacionados con orientar a los alumnos para que adquieran un adecuado “concepto imagen” de los temas involucrados, y por otra parte, que puedan avanzar en el recorrido que les permita acercar dicho “concepto imagen” al “concepto definición”; utilizando como plantea Vinner (1991) la expresión “concepto imagen” para describir la estructura cognitiva total asociada con el concepto y la expresión “concepto definición” como la definición específica en palabras del concepto.

Siguiendo esta línea teórica, en trabajos anteriores (Astiz y otros 2006), se analizaron los errores que detectados sobre conceptos relacionados con sucesiones en el primer examen parcial de Cálculo I de un grupo de alumnos de la cohorte 2005, basado en la clasificación de errores descripta por Rico (1995). Esto derivó en la confección de una propuesta de actividades específicas sobre el tema, a fin de dar a los estudiantes una herramienta que les permita avanzar en la generación correcta de los conceptos relacionados con sucesiones. Esta propuesta se basa fundamentalmente en distintas representaciones de cada uno de los conceptos involucrados con especial énfasis en la representación gráfica.

En una primera etapa, se realizó una prueba piloto con alumnos y se la sometió a evaluación de un grupo de expertos. A través de la prueba piloto, se logró la revisión de claridad de la propuesta, la que se consideró adecuada ya que los alumnos recibieron el material con expectativas de avanzar en el tema y éste tuvo muy buena crítica en relación a claridad en las consignas y la posibilidad de interpretación de conceptos debido al trabajo en base a las diferentes formas de representación, destacando especialmente el aporte que les generó trabajar con gráficos. Con la consulta a los expertos, se buscó conocer su opinión acerca de la pertinencia de una propuesta de este tipo en el contexto de clase teniendo en cuenta los objetivos planteados, la organización de los contenidos seleccionados y la claridad en las consignas. En este sentido, los expertos la consideraron adecuada y original en lo que respecta a las prácticas que se desarrollan normalmente en clase. No obstante sugirieron que se presentara un mayor número de opciones en determinados ejercicios, dar más énfasis a las diferentes representaciones y generar prácticas con computadora. (Astiz y otros, 2006)

En el contexto definido anteriormente, se desarrolló una nueva versión de la propuesta de actividades, que llamamos “Práctica Especial de Sucesiones” (PES). La misma contiene actividades que permiten trabajar con diferentes representaciones, en lenguaje matemático y en lenguaje coloquial, conceptos sobre: definición de sucesión, sucesión monótona, sucesión acotada, convergencia de sucesión, límite de sucesión (Astiz y otros, 2007). Las actividades mencionadas han sido totalmente elaboradas por los autores del trabajo, tomando como referencia de consulta principalmente los libros Matemáticas I C.O.U. de Miguel de Guzmán y otros (1994), por su valor metodológico y Calculus with Analytic Geometry de R. Larson y otros (1998) por ser parte de la bibliografía de la asignatura.

En el presente trabajo se describe una experiencia y sus resultados, llevada cabo con un grupo de alumnos de la cohorte 2007 de Cálculo I de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP con el objeto de evaluar la puesta en práctica de la PES. Asimismo con el objeto de realizar el seguimiento del desempeño de los alumnos que participaron de la experiencia, se analizaron las respuestas dadas en el ejercicio de sucesiones por todos los alumnos que se presentaron en el primer parcial.

Metodología de trabajo

A fin de conformar el grupo participante de la experiencia, se seleccionó una muestra al azar simple de 34 alumnos de la cohorte 2007.

A los alumnos seleccionados se les solicitó responder, al comienzo de la experiencia, una serie de preguntas que se denominó “prueba corta” (PC). A continuación, se les entregó la PES y una vez finalizada, después de tres encuentros, realizaron nuevamente la PC a fin de determinar la existencia de avances en la comprensión de los conceptos.

Posteriormente, se realizó la devolución personal de lo desarrollado por los alumnos en cada una de las instancias. Cada devolución permitió tomar nota de las causas de las dificultades que se les presentaron y de los razonamientos seguidos.

Con el objeto de observar el desempeño que los alumnos involucrados en la experiencia tuvieron en el primer examen parcial, se analizaron las respuestas dadas a la consigna relacionada con el tema sucesiones de todos los estudiantes que lo rindieron.

Los instrumentos de trabajo

Prueba corta (PC): consta de una serie de preguntas conceptuales sobre sucesiones, algunas de las cuales deben deducirse a partir de la interpretación de representaciones gráficas. Para conocer, a través de la opinión de los alumnos, el nivel de dificultad que le generó cada actividad, la prueba contiene una última consigna que le solicita indicarlo. (ver *Anexo 1*)

Los objetivos de cada ejercicio de la prueba corta son:

Ejercicio 1: definir sucesión, límite de una sucesión, sucesión convergente, sucesión monótona, sucesión acotada.

Ejercicio 2: reconocer representaciones gráficas que se corresponden con sucesiones

Ejercicio 3: relacionar los conceptos: sucesión acotada, monótona y convergente

Ejercicio 4: definir términos generales de sucesiones que cumplan con las propiedades que se indican.

Ejercicio 5: traducir al lenguaje simbólico las características de una sucesión dada en forma gráfica.

Ejercicio 6: interpretar gráfica y analíticamente la definición de límite de una sucesión

Ejercicio 7: reflexionar sobre el nivel de dificultad que presentó la resolución de cada uno de los ejercicios

Práctica especial de sucesiones (PES): consiste en una serie de actividades que involucra diferentes formas de representación de conceptos relacionados con el tema sucesiones, haciendo especial énfasis en la representación gráfica. (ver *Anexo 2*)

Los ejercicios de esta práctica se seleccionaron a partir de los errores detectados sobre el tema sucesiones en los parciales de la cohorte 2005 y en las dificultades que los docentes de la asignatura fueron observando durante el desarrollo de las clases prácticas, que pueden resumirse en:

- inconvenientes al justificar analíticamente ante un ejemplo concreto que una sucesión es monótona, aún conociendo el concepto de sucesión monótona (problema algebraico)
- inconvenientes en generar ejemplos de sucesiones que cumplan con determinadas condiciones, o en determinar si condiciones dadas sobre sucesiones tienen coherencia (problema de relación entre los conceptos: sucesión monótona, sucesión acotada, sucesión convergente, sucesión que tiene límite)

Primer parcial de Cálculo I: se tomó como parte de los datos a analizar, el ejercicio relacionado con el tema sucesiones del primer parcial de Cálculo I del año 2007

Ficha de recolección de datos: para cada alumno que realizó la experiencia se completó una ficha que contiene las anotaciones que surgieron de la devolución de cada instancia y cuatro tablas, una por cada tema (límite de sucesiones, convergencia de sucesiones, sucesión monótona y sucesión acotada). En cada tabla se registra el avance que tuvo desde la primera presentación de la PC a la segunda presentación de la misma y cómo resuelve en el parcial. (ver *Anexo 3*).

Resultados y análisis

A continuación se presenta la comparación de algunos de los resultados obtenidos de la PC en las dos instancias presentadas, antes y después de la PES.

- Ante la primera pregunta : *¿Una sucesión es una función? (justificar)*

se observó que mejoraron las respuestas después de haber desarrollado la PES, ya que en la primera resolución de la PC, la mayoría de los alumnos (75%) tuvo dificultades para justificar la respuesta, mientras que, después de la PES, el 91% pudo responder y justificar correctamente.

- Ante el ejercicio que plantea:

Escribir el término general de una sucesión:

- creciente*
- cuyo límite sea 1*
- acotada superiormente y cuyo límite sea 1,*

en la primera instancia de la PC, sólo 6 de los 20 alumnos que contestaron esta consigna, presentaron el mismo ejemplo para dar respuesta a los incisos b y c. Consultado el resto, plantearon que hicieron caso omiso que el inciso anterior solicitaba lo mismo, ya que se centraron en el concepto “*acotada superiormente*”. No obstante, en la segunda instancia, en la que todos respondieron la consigna, el 50% respondió con el mismo ejemplo a ambos incisos. Ante la consulta al resto, del porqué dieron diferentes respuestas, algunos dieron la misma justificación que antes y otros adujeron que consideraban “*más correcto mostrarlo con ejemplos distintos*”

Otra consideración a hacer en las respuestas a este ejercicio, es que los ejemplos dados no eran de sucesiones sencillas. Aparecieron como respuesta al inciso a) términos generales de sucesiones como $a_n = (n^4 - 2n)/(n+1)$. Se interpretó, a través de estas respuestas, que no consideraban la posibilidad de dar una solución que a simple vista permitiera mostrar que cumplía con las características pedidas. Esto se comprobó a través del diálogo mantenido durante la devolución de la prueba y la mayoría manifestó sorpresa cuando se les proponía como ejemplo de una sucesión creciente $s_n = n$.

- En el ejercicio que plantea:

Indique la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones, justifique coloquial o gráficamente

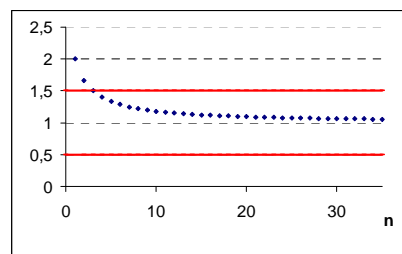
- Una sucesión acotada superiormente puede también ser acotada inferiormente.*
- Una sucesión convergente es acotada y monótona*
- Una sucesión acotada y monótona es convergente*
- Una sucesión monótona es convergente,*

se notó una mejora sustancial en las respuestas, respecto de la forma de justificar las mismas. En la primera instancia, un 30% no contestó la consigna. Del 70% restante, el 50% contestó correctamente pero las justificaciones fueron en su mayoría de tipo coloquial y poco formales.

En cambio, en la segunda instancia, todos contestaron la consigna, y el 87% lo hizo correctamente justificando con mayor precisión. En el ítem d), 10 alumnos utilizaron representaciones gráficas como justificación.

- Con respecto al ejercicio

Dado $\varepsilon = 0,5$, hallar gráfica y analíticamente el valor de n_0 a partir del cual, los términos de la sucesión $a_n = \frac{n+3}{n+1}$ están en el intervalo $(L-\varepsilon, L+\varepsilon)$, siendo $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$,



si bien no fue considerado por ellos como el de mayor dificultad, se observó a través de las respuestas, que sí lo fue. Durante la devolución de la PC, en ambas instancias, se comprobó que la resolución analítica era realizada en forma mecánica y no podían relacionar este resultado con la interpretación gráfica solicitada.

En síntesis y haciendo un análisis general de los conceptos involucrados en los distintos ejercicios de la PC y a partir de la información de las fichas de recolección de datos, se observa con respecto al concepto:

- *sucesión acotada*, que se logró una mejora en la interpretación del mismo en los ejercicios presentados en forma gráfica. Se pasó de un 35% a un 85% de respuestas correctas.
- *convergencia y límite de una sucesión y sucesión monótona*, el 50% de las respuestas que en la primera instancia se dieron en forma errónea, fueron desarrolladas correctamente en la segunda instancia.

Por último, la consigna:

Ordenar, según tu criterio, los ejercicios de acuerdo a su dificultad (del más difícil al más fácil)

generó que:

- el ejercicio 3, que solicita indicar verdadero o falso y justificar, pasara de estar entre los de mayor dificultad en la primera instancia, a estar entre los de menos dificultad. No obstante, cabe destacar que aún así, fue uno de los ejercicios en el que tuvieron más errores al momento de responder. De las entrevistas surgió que ellos, luego de haber desarrollado la PES, pudieron imaginarse más la situación planteada, pero no fueron capaces de expresarlo en el papel.
- el ejercicio 5, que plantea completar las expresiones formales, pasó de ser considerado uno de los puntos de dificultad media al más difícil, pese a ser uno en el que se notaron los mayores avances.
- los dos primeros ejercicios se mantuvieron considerados como los de menor dificultad,
- el ejercicio 4, que solicita ejemplificar sucesiones con determinadas características y el 6, relacionado con el cálculo del n_0 , se mantuvieron en el nivel de dificultad intermedia.

Tal como se mencionó en la introducción, con el objeto de realizar el seguimiento del desempeño de los alumnos que participaron de la experiencia, se analizó la resolución del ejercicio de sucesiones del primer parcial, que es el siguiente:

Dada la sucesión cuyo término general es $a_n=(1+n^2)/(1+3n^2)$, indique la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones, justificando en cada uno de los casos su respuesta.

- a. $\{a_n\}$ es monótona
- b. $\{a_n\}$ es acotada
- c. $\{a_n\}$ es convergente
- d. $\{a_n\}$ no tiene límite

Los resultados de las respuestas fueron verdaderamente alentadoras, ya que 29 de los alumnos la respondieron correctamente, mientras que los otros 5 sólo tuvieron errores en un inciso y en ninguno de ellos se detectó incoherencias en las repuestas dadas.

Esto surgió del análisis que se realizó con todos los parciales (221 en total), que se muestran en el siguiente cuadro:

	Alumnos que participaron de la experiencia (34)	Resto de los alumnos (187)
Resolvieron correctamente	29 (85.2%)	69 (37%)
Resolvieron en forma incorrecta sólo 1 inciso (1)	5 (14.8%)	67 (36%)
Resolvieron en forma incorrecta más de un inciso (2)		38 (20.5%)
No resolvieron		12 (6.5%)

(1): estos casos no fueron diferenciados en función de qué inciso fue mal resuelto por errores algebraicos

(2) en estos casos se encontraron respuestas con incoherencias respecto de la relación entre conceptos. Por ejemplo, respondían F al inciso a), V los incisos b) y c) (con error en alguna de las justificaciones) y por último, F al inciso d), calculando el límite en forma correcta.

Por último, es importante destacar que en la observación de este ejercicio, se detectó en 51 exámenes (de los 187 que no participaron de la experiencia), una confusión entre los conceptos: *convergencia de una sucesión y condición necesaria de convergencia de una serie*. Esto se evidenció en las respuestas como falsa del inciso c), justificando que “ a_n no es convergente porque no cumple la condición necesaria de convergencia ya que $\lim a_n \neq 0$ ”.

Consideraciones finales

La confección de la “Práctica Especial de Sucesiones”, se planteó con el fin de avanzar en el diseño de estrategias didácticas que colaboren con los alumnos en la superación de los errores y las dificultades más frecuentes originados por su falta de comprensión de algunos conceptos de Cálculo I. Dicha “Práctica” se realizó teniendo en cuenta, fundamentalmente que el uso adecuado del lenguaje matemático, del lenguaje coloquial y de distintas representaciones de un mismo objeto, son fundamentales para la adquisición de conceptos matemáticos.

Los resultados obtenidos a partir del trabajo que realizaron los alumnos que participaron de la experiencia, han permitido concluir que esta práctica constituye una herramienta que los orienta en la generación correcta de los conceptos relacionados con sucesiones y un aporte para avanzar en el recorrido que les permitió acercarse al “concepto imagen” que tenían al “concepto definición”.

Esta conclusión tuvo como consecuencia inmediata, que los docentes de la asignatura Cálculo I decidieran por un lado, incorporar a sus prácticas, a partir del segundo cuatrimestre del ciclo lectivo 2008, las actividades propuestas y por otro, solicitar la generación de actividades similares para abordar otros temas. Al momento de esta presentación, se encuentra terminada la primera versión de un conjunto de actividades que abordan el tema series numéricas.

Bibliografía

- Astiz M., Medina P., Albarenque R., Oliver M., Rocerau M., Valdez G., Vecino M., Vilanova S. (2006) Sucesiones numéricas. Una propuesta para su aprendizaje utilizando representaciones gráficas. CAREM 2006, Bs. As., Argentina.
- Astiz M., Albarenque R., Medina P., Oliver M., Rocerau M., Vilanova S. (2007) Representaciones gráficas en la Enseñanza de las Sucesiones Numéricas. En Actas IV Congreso Internacional de Ensino da Matemática, Canoas, Brasil.
- Guzmán, M., Colera, J. (1994) Matemáticas I C.O.U. Ed. Anaya. Barcelona, España
- Larson, R., Hostetler, R., Edwards, B. (1998). Calculus with Analytic Geometry (6ª Ed). Houghton Mifflin Ed. New York.
- Rico, L. (1995) Errores en el aprendizaje de las matemáticas. En Kilpatrick, J. Gómez P., Rico L. Educación Matemática (pp. 69-108). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Vinner, S. (1991) The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. En D. Tall (Ed.) Advanced Mathematical Thinking. Kluwer Academic Publishers. 65-81.

1. Conteste cada una de las preguntas siguientes y justifique su respuesta en forma breve y concreta.

a. ¿Una sucesión es una función?

.....

b. ¿Qué significa que una sucesión tiene límite?

.....

c. ¿Qué significa que una sucesión es convergente?

.....

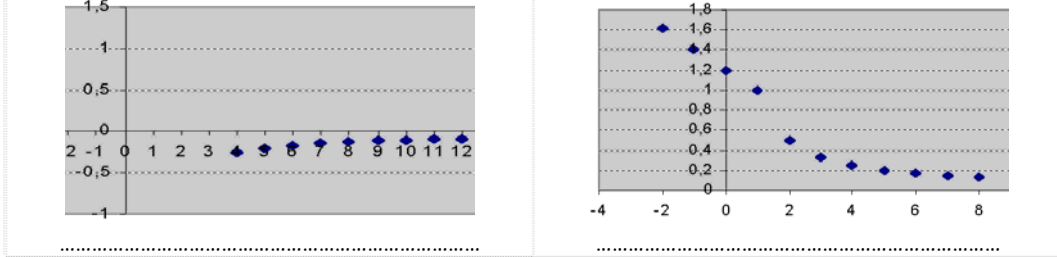
d. ¿Qué significa que una sucesión es monótona decreciente?

.....

e. ¿Qué significa que una sucesión es acotada?

.....

2. ¿Cuáles de los siguientes gráficos representa una sucesión? Justifique brevemente.



3. Indique la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones, justifique coloquial o gráficamente.

a) Una sucesión acotada superiormente puede también ser acotada inferiormente.

.....

b) Una sucesión convergente es acotada y monótona

.....

c) Una sucesión acotada y monótona es convergente

.....

d) Una sucesión monótona es convergente

.....

4. Escribir el término general de una sucesión:

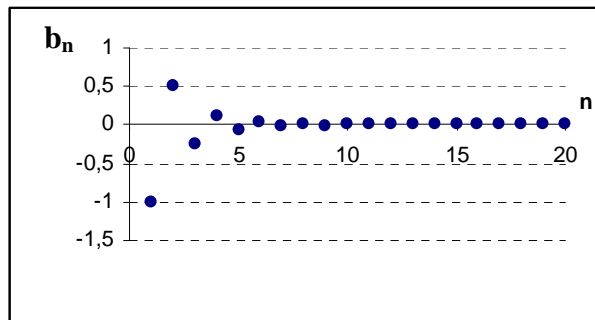
a. creciente	b. cuyo límite sea 1	c. acotada superiormente y cuyo límite sea 1
.....

5. Observar los gráficos y completar la línea punteada para que las afirmaciones sean verdaderas.

$$|b_n| \leq \dots \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n =$$

$$\dots \leq b_n \leq \dots \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

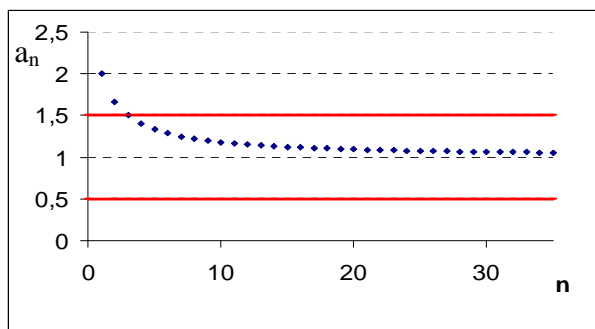


6. Dado $\varepsilon = 0,5$, hallar gráfica y analíticamente el valor de n_0 a partir del cual, los términos de la sucesión

$$a_n = \frac{n+3}{n+1}$$

están en el intervalo $(L-\varepsilon, L+\varepsilon)$, siendo $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$,

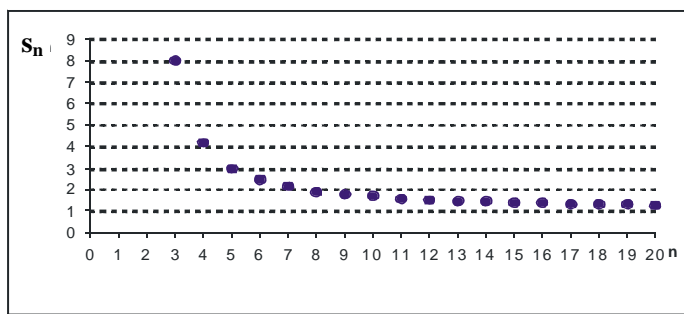
$$L + \varepsilon), \text{ siendo } L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n,$$



7. Ordenar, según tu criterio, los ejercicios de acuerdo a su dificultad (del más difícil al más fácil)

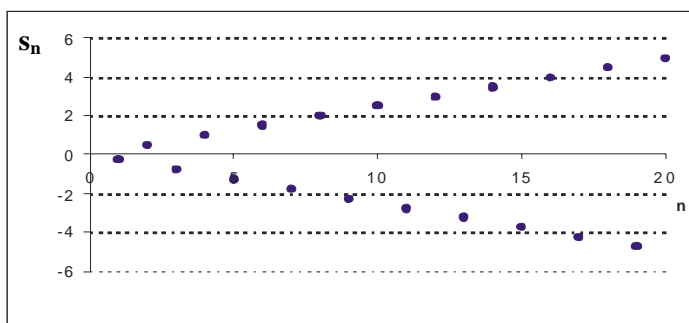
1) Analizar la representación gráfica de cada sucesión y marcar con una cruz la opción correcta.

a) Si No



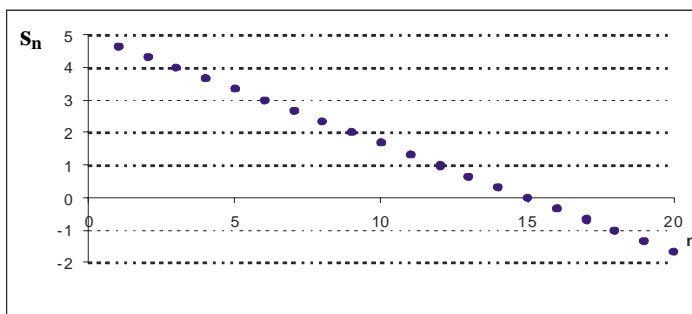
- {s_n} es convergente
- Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$
- {s_n} es monótona creciente
- {s_n} es monótona decreciente
- {s_n} es oscilante
- {s_n} está acotada inferiormente
- {s_n} está acotada superiormente
- {s_n} está acotada

b) Si No



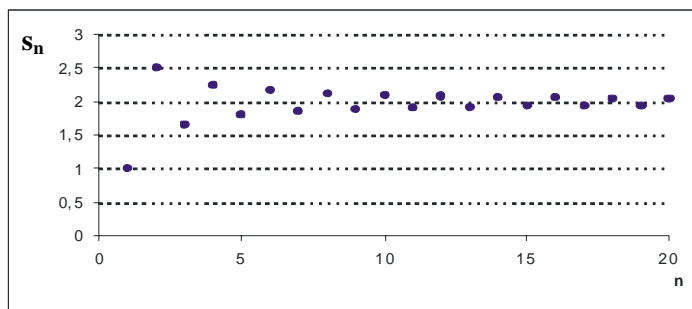
- {s_n} es convergente
- Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$
- {s_n} es monótona creciente
- {s_n} es monótona decreciente
- {s_n} es oscilante
- {s_n} está acotada inferiormente
- {s_n} está acotada superiormente
- {s_n} está acotada

c) Si No



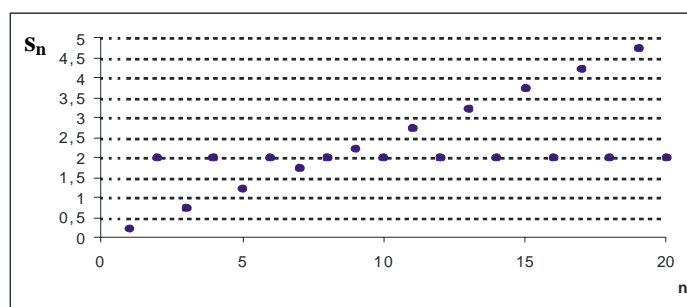
- {s_n} es convergente
- Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$
- {s_n} es monótona creciente
- {s_n} es monótona decreciente
- {s_n} es oscilante
- {s_n} está acotada inferiormente
- {s_n} está acotada superiormente
- {s_n} está acotada

d) Si No



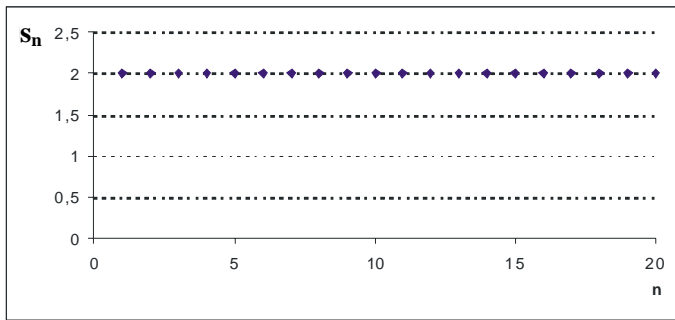
- {s_n} es convergente
- Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$
- {s_n} es monótona creciente
- {s_n} es monótona decreciente
- {s_n} es oscilante
- {s_n} está acotada inferiormente
- {s_n} está acotada superiormente
- {s_n} está acotada

e) Si No



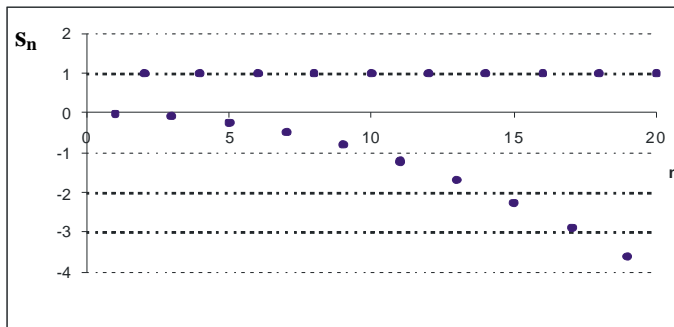
- {s_n} es convergente
- Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$
- {s_n} es monótona creciente
- {s_n} es monótona decreciente
- {s_n} es oscilante
- {s_n} está acotada inferiormente
- {s_n} está acotada superiormente
- {s_n} está acotada

f)



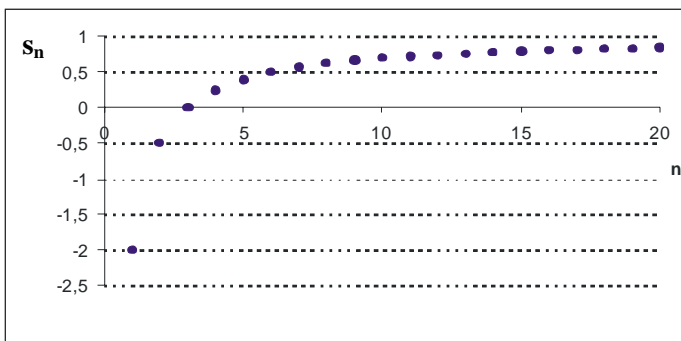
	Si	No
$\{s_n\}$ es convergente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona creciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona decreciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es oscilante	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada inferiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada superiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

g)



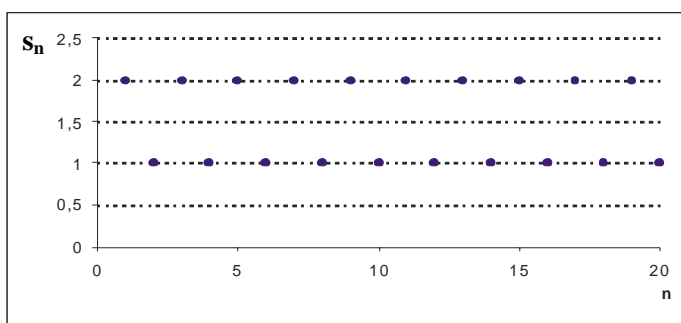
	Si	No
$\{s_n\}$ es convergente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona creciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona decreciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es oscilante	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada inferiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada superiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

h)



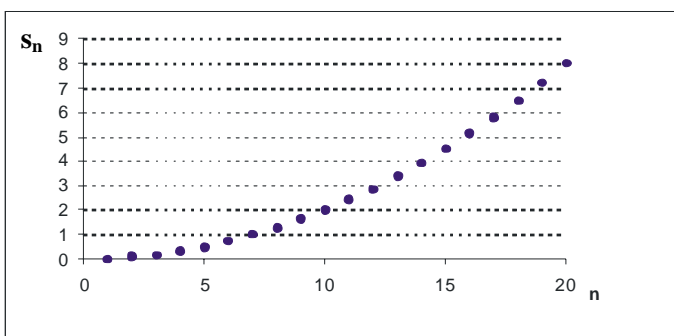
	Si	No
$\{s_n\}$ es convergente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona creciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona decreciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es oscilante	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada inferiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada superiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

i)



	Si	No
$\{s_n\}$ es convergente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona creciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona decreciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es oscilante	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada inferiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada superiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

j)



	Si	No
$\{s_n\}$ es convergente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Existe $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona creciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es monótona decreciente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ es oscilante	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada inferiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada superiormente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{s_n\}$ está acotada	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2) Observar las situaciones del ejercicio 1) y decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar cada una utilizando los gráficos del ejercicio 1)

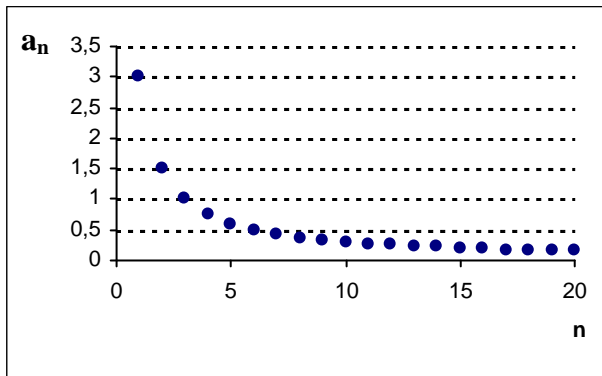
- a) Una sucesión monótona creciente puede también ser monótona decreciente.
- b) Una sucesión acotada superiormente puede también ser acotada inferiormente.
- c) Una sucesión convergente es acotada y monótona
- d) Una sucesión acotada es convergente
- e) Una sucesión monótona puede ser divergente.
- f) Una sucesión que no es monótona no es convergente

3) Dibujar, para cada caso si es posible, la gráfica de una sucesión $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ de números reales que satisfaga en forma simultánea las condiciones dadas. Justificar cuando no sea posible realizar la gráfica de $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.

- | | |
|---|---|
| <p>a) • $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es monótona decreciente</p> <p>• $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es convergente</p> | <p>b) • $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ no está acotada inferiormente</p> <p>• $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$</p> |
| <p>c) • $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ monótona decreciente</p> <p>• $1 \leq a_n, \forall n \in \mathbb{N}$</p> | <p>d) • $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ converge a -2</p> <p>• $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es monótona creciente</p> |

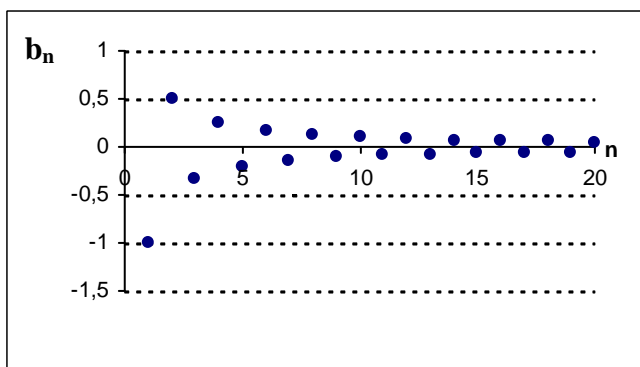
4) Observa los gráficos y completa la línea punteada para que las afirmaciones sean correctas.

a)



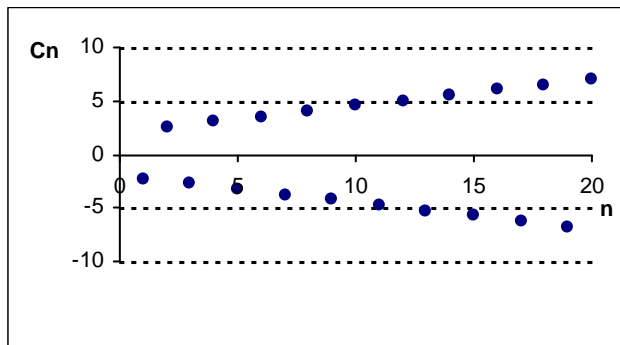
- $\leq a_n \leq$
- $\forall n \in \mathbb{N}$
- $a_n \dots\dots a_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$

b)



- $|b_n| \leq$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n =$

c)



- $\dots \leq c_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $c_n \leq \dots \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $|c_n| \geq \dots \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n \dots$

5) Escribir, para cada caso si es posible, el término general de una sucesión que satisfaga las siguientes condiciones. Justificar cada una de las respuestas.

- a) $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ converge a 1
- b) $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es monótona creciente.
- b) $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es monótona decreciente, convergente y $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$.

6.1) Graficar en un mismo sistema de ejes cartesianos los primeros términos de las siguientes sucesiones y analiza la convergencia de las mismas.

a) $a_n = \frac{1-n}{n} \quad b_n = 4 - \frac{2}{n} \quad c_n = a_n + b_n$

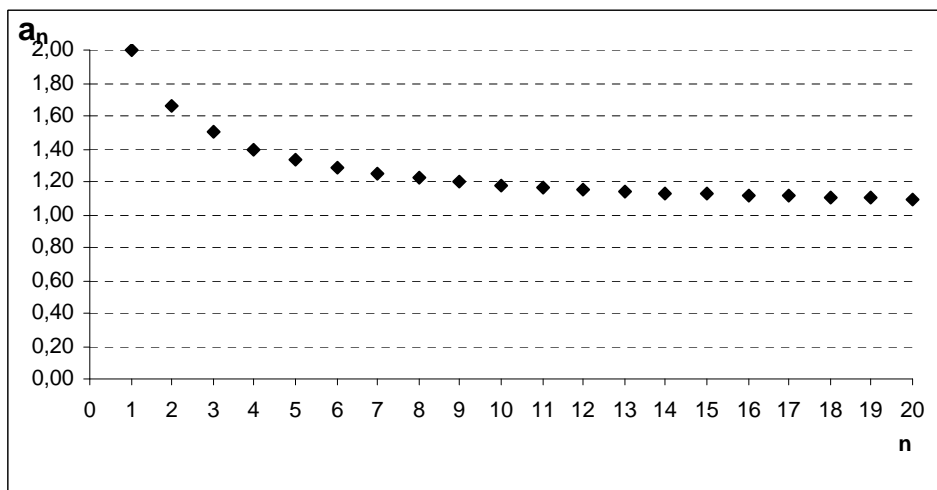
b) $a_n = \frac{2n+2}{n} \quad b_n = (-1)^n \quad c_n = a_n \cdot b_n$

6.2) Indica verdadero o falso y justifica tu respuesta

- a) la suma de dos sucesiones divergentes puede ser convergente
- b) el producto entre una sucesión convergente y otra no convergente siempre es no convergente
- c) el cociente de dos sucesiones divergentes es divergente

7) Dados $\varepsilon = 0,2$ y $\varepsilon = 0,4$ hallar gráfica y analíticamente el n_0 para la sucesión

$a_n = \frac{n+3}{n+2}$ e indicar cuántos términos no están incluidos en el entorno de cada límite.



Apellido y nombres:

Carrera:

Una sucesión es una función?							
		1ª etapa		2ª etapa			
Respuesta		Bien/Mal/SR		Mejora/Empeora/Igual			
Tema 1) Límite de sucesiones							
		1ª etapa		2ª etapa		Parcial	
Ej. 1)b) Definición		Bien/Mal/SR/ falta de claridad		Mejora/Empeora/Igual		Bien/Reg/Mal Sin resolver	
Ej. 4		Bien/ Reg /Mal/SR		Mejora/Empeora/Igual			
Ej. 5		Bien/ Reg /Mal/SR		Mejora/Empeora/Igual			
						¿mantiene los errores que cometió en la PC?	
Ej.6	Cálculo analítico	Bien/ Reg /Mal/SR		Mejora/Empeora/Igual			
	Identificación gráfica del n_0 : falta de claridad	Bien/ Reg /Mal/SR/		Mejora/Empeora/Igual			
	Cantidad de términos no incluidos	Bien/Bien-/Mal/SR		Mejora/Empeora/Igual			
tema 2) Convergencia de sucesiones							
Ej. 1)c) Definición		Bien/Mal/SR/ falta de claridad		Mejora/Empeora/Igual		Bien/Reg/Mal Sin resolver	
Ej. 3)b)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual			
Ej. 3)c)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual		¿mantiene los errores que cometió en la PC?	
Ej. 3)d)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual			
tema 3) Sucesiones monótonas							
Ej. 1)d) Definición		Bien/Mal/SR/ falta de claridad		MEJORA		Bien/Reg/Mal Sin resolver	
Ej. 3)b)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual			
Ej. 3)c)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual		¿mantiene los errores que cometió en la PC?	
Ej. 3)d)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual			
Ej. 4)a)		Bien/ Reg /Mal/SR		Mejora/Empeora/Igual			
tema 4) Sucesiones Acotadas							
Ej. 1)e) Definición		Bien/Mal/SR/ falta de claridad		Bien		Bien/Reg/Mal Sin resolver	
Ej.3)a)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual			
Ej. 3)b)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual		¿mantiene los errores que cometió en la PC?	
Ej. 3)c)		Bien/ Reg /Mal/SR No justifica/Grafica		Mejora/Empeora/Igual			
Ej. 5)i)		Bien/ Mal/SR		Mejora/Empeora/Igual			
Ej. 5)ii)		Bien/ Mal/SR		Mejora/Empeora/Igual			
Observaciones particulares del Ejercicio 2							
1ª etapa			2ª etapa				
Respuesta		Justificación		Respuesta		Justificación	
Bien/ Mal/SR		Bien/Mal/SJ		Mejora/Empeora/Igual		Mejora/Empeora/Igual	
Observaciones particulares del Ejercicio 4 b) y 4 c)							
1ª etapa			2ª etapa				
Bien/ Mal/SR			Mejora/Empeora/Igual				
¿da el mismo ejemplo en ambos incisos?			¿da el mismo ejemplo en ambos incisos?				
Item 7							
Orden de dificultad (decreciente)		1º	2º	3º	4º	5º	6º
1ª etapa							
2ª etapa							

Aprobó el parcial:..... Aprobó la cursada:..... Otras observaciones