

UN ITINERARIO DIDÁCTICO EN TORNO A LA PROPORCIONALIDAD EN UN ESCENARIO DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Cristina Esteley¹, Silvina Smith¹, Mónica Villarreal^{1,2}

Universidad Nacional de Córdoba (1) – CONICET (2)

Medina Allende s/n – Ciudad Universitaria

smith@famaf.unc.edu.ar

Categoría del trabajo: investigación

Nivel educativo: secundario

Palabras claves: modelización matemática, arqueología matemática, proporcionalidad

Resumen: Esta comunicación presenta algunos resultados producidos en el ámbito de una investigación que busca caracterizar el desarrollo profesional de profesores de matemática en escenarios de modelización matemática. En particular informamos brevemente sobre la implementación en aula de un proyecto de modelización desarrollado por tres docentes de nivel secundario que trabajan en una misma institución pública de la ciudad de Córdoba y describimos el itinerario didáctico en torno a la noción de proporcionalidad directa que se constituye durante la puesta en aula. Acompañamos la descripción del itinerario didáctico con un trabajo analítico de *arqueología matemática*, por medio del cual buscamos hacer explícitas y visibles las matemáticas en tal itinerario. A partir del análisis e interpretación de los datos se abre una discusión en relación con los resultados reportados y algunas implicancias de los mismos relativas al desarrollo profesional.

Introducción

En el marco de nuestro proyecto de investigación llamamos escenario de modelización al conjunto de situaciones, hechos, materiales, acciones y relaciones involucradas en el proceso de estudio, creación, implementación y evaluación de proyectos de modelización matemática desarrollados en contextos educativos. Acorde a esta noción e interesadas por indagar acerca de las particularidades del desarrollo profesional docente, resulta relevante focalizarse en los modos en que se implementan proyectos de modelización y por medio de ello reconsiderar algunos itinerarios didácticos vividos en aula. En este sentido, acompañamos la descripción de un itinerario didáctico particular con un trabajo de *arqueología matemática* (Skovmose, 1999), por medio del cual buscamos hacer explícitas y visibles las matemáticas en tal itinerario. Por la naturaleza y propósitos de nuestra investigación tomamos aportes de vertientes teóricas provenientes del ámbito del desarrollo profesional de profesores de matemática, del

ámbito de la modelización matemática en contextos educativos y de las investigaciones que conjugan ambos ámbitos. En lo que sigue se presenta una breve y acotada discusión relativa a estas temáticas de estudio que dan un marco para las posteriores secciones relativas a los procedimientos metodológicos seguidos, a los resultados reportados y a las conclusiones finales.

Desarrollo profesional de profesores de matemática

La investigación que enmarca esta comunicación se constituye con una visión de desarrollo profesional compatible con el modelo reflexivo-investigativo propuesto por Fiorentini (2001). Dicho modelo considera al profesor con su práctica y saberes como centro de un proceso que recupera la experiencia del cotidiano escolar y las resignificaciones que se configuran con nuevas ideas, interactuando con otros y participando colaborativamente en proyectos grupales (Ferreira, 2008; Costa & Fiorentini, 2007; Passo et al., 2006; Fiorentini & Castro, 2003; Guérios, 2005). Bajo estos supuestos se considera a la formación docente y desarrollo profesional como un proceso personal, continuo que puede tomar múltiples formas, “ocurre a lo largo de toda la vida integrado a las prácticas sociales y a las cotidianidades escolares de cada uno, ganando intensidad o relevancia en algunas de ellas” (Passo et al., 2006, p. 5).

Modelización matemática

En el contexto matemático la modelización matemática es un proceso de investigación comúnmente usado por matemáticos aplicados y especialistas de diferentes áreas del conocimiento involucrados en la creación de modelos matemáticos para describir un fenómeno dado y predecir comportamientos futuros. Para Bassanezi (2002), “la modelización consiste esencialmente en el arte de transformar situaciones reales en problemas matemáticos cuyas soluciones tienen que ser interpretadas en el lenguaje usual” (p. 24).

En contextos educativos, la modelización matemática puede relacionarse con distintos escenarios según las actividades que se seleccionan para trabajar y los roles que juegan docentes o estudiantes. Barbosa (2001a) da cuenta de tres posibles escenarios o “casos de modelización”: en el *Caso 1*, el profesor describe una situación-problema con la información necesaria para resolverla y los estudiantes participan en el proceso de resolución de tal problema; en el *Caso 2*, el profesor describe una situación-problema de la realidad no matemática y los estudiantes recogen información necesaria para resolver tal situación y en el *Caso 3*, los estudiantes escogen, formulan y resuelven un problema relacionado con un tema no matemático. Ellos también son responsables por la búsqueda de información necesaria para resolver el problema.

En cuanto a las investigaciones que vinculan modelización matemática y formación de profesores de matemática cabe citar el trabajo de Blomhøj & Kjeldsen (2006) que plantea cuestio-

nes relacionadas al modo en que profesores crean escenarios para que sus alumnos desarrollen proyectos y cómo los guían y desafían durante el proceso de modelización de modo tal que el trabajo sea autónomo, pero al mismo tiempo controlado. Doerr (2007) plantea la necesidad de una preparación diferente del docente ya que, al trabajar con proyectos de modelización, se presentan nuevas demandas hacia el profesor tales como desarrollar una escucha cuidadosa de las voces de los estudiantes, lidiar con abordajes inesperados y establecer conexiones entre las ideas matemáticas. Barbosa (2001b) explora el lugar de la modelización en la formación de futuros profesores de Matemática, trabajando con estudiantes del profesorado que deben proponer el problema a modelizar. En ese contexto, encuentra que estas actividades permitieron a los alumnos, no sólo ampliar el conjunto de reflexiones en torno al quehacer matemático, sino que además les permitió una interacción con cuestiones pedagógicas. Asimismo, discute las concepciones de los futuros profesores acerca de la enseñanza matemática como obstáculo para las actividades de modelización. Se indica que la no familiaridad con esta estrategia pedagógica puede producir una sensación de inseguridad, lo cual luego podría traducirse en evitar este abordaje didáctico, en su futura práctica profesional. En Oliveira & Barbosa (2009), se identifican tres tensiones que se enfrentan al desarrollar actividades de modelización matemática en clase: el “próximo paso” (referido a qué hacer en un momento dado de la clase), el “compromiso de los estudiantes” y el “dominio del contenido matemático”.

En el ámbito local podemos indicar que, si bien en documentos curriculares o en ciertas publicaciones se sugiere el uso de modelización, su implementación en instituciones educativas es escasa. También es posible señalar que existe poca investigación que indague acerca de los modos en que los profesores preparan e implementan actividades de modelización matemática y que entre estos estudios hay una prevalencia de actividades compatibles con lo que Barbosa (2001a) denomina Caso 1.

En estudios previos (Villarreal et al. 2011; Esteley, 2011; Villarreal et al., 2010; Esteley & Villarreal, 2009; Esteley et al., 2007; Mina et al., 2007) hemos reportado acerca de experiencias en las cuales profesoras de matemática se involucraron en el desarrollo de actividades de modelización para sus clases según el formato de los Casos 2 ó 3. Encontramos que los profesores enfrentan importantes desafíos que se superan apelando a un trabajo colaborativo y que proponen diferentes actividades. A pesar de las diferencias entre las actividades, al interior de las mismas, es posible reconocer ciertos itinerarios didácticos en torno a objetos matemáticos particulares.

Procedimientos metodológicos

Dado que la preocupación central de la investigación es lograr una comprensión profunda de los modos en que los profesores comprenden, diseñan e implementan proyectos de modelización matemática en sus clases y las decisiones que toman durante ese proceso, decidimos constituir un grupo colaborativo formado por profesores de matemática e investigadores a fin de trabajar juntos en esa problemática. Las actividades desarrolladas por el grupo se constituyen en el contexto de investigación. La metodología de investigación seguida fue de tipo cualitativa (Denzin & Lincoln, 2000) dentro del paradigma interpretativo. A continuación se describe el proceso de constitución del grupo y las fases del estudio.

Tres profesoras de matemática en servicio que trabajan en una misma escuela pública secundaria decidieron participar en nuestro estudio, a partir de una invitación que se realizó desde el grupo de investigación a docentes del nivel medio. Las tres profesoras acordaron en participar de reuniones quincenales desde Agosto de 2008. Nos referiremos a ellas con nombres ficticios: Adriana, Lara y Melina. Si bien ya habían desarrollado y llevado a cabo proyectos innovadores para sus clases de matemática, nunca habían diseñado un proyecto de modelización para tal fin. Una vez constituido el grupo, las actividades se desarrollaron en cuatro fases: 1) *Fase de familiarización* (5 meses): las profesoras acompañadas de las investigadoras, trabajaron en la creación de modelos matemáticos para resolver problemas y simultáneamente, se leyeron, discutieron y analizaron diversos artículos referidos a proyectos de modelización matemática en la escuela secundaria. 2) *Fase de diseño* (7 meses): las profesoras concentraron su trabajo en la producción de actividades de enseñanza para introducir la modelización matemática en sus clases. Escribieron sus propuestas didácticas y posteriormente fueron discutidas con el grupo completo. 3) *Fase de implementación* (2 meses): las profesoras implementaron en sus clases el proyecto de modelización matemática previamente creado. En las fases 2 y 3, las investigadoras actuaron como consultoras, proporcionando sugerencias cuando las profesoras lo requerían, y acompañando la implementación completa del proyecto en aula. 4) *Fase de análisis*: actividad que atravesó simultáneamente todas las fases anteriores y se intensifica hacia el final.

En este artículo, nos centraremos en la fase de implementación y focalizaremos el análisis del itinerario didáctico de la proporcionalidad. A continuación describimos los procedimientos analíticos seguidos: se buscaron evidencias que dieran cuenta del tratamiento de la proporcionalidad a lo largo de los distintos momentos del proyecto generado por las profesoras, desde el planteo de los objetivos de la experiencia, los enunciados de las actividades propuestas para las clases, las discusiones mantenidas con los estudiantes y las acciones que desarrollaron, las

intervenciones de las profesoras, las comprensiones iniciales de los estudiantes. Tales evidencias se extrajeron de las planificaciones de las docentes, las guías de actividades preparadas para los estudiantes, los registros de observaciones de clases, videotapes y transcripciones de grabaciones de audio de algunas clases, cuadernos de los estudiantes, entrevistas realizadas con las profesoras, fotografías y e-mails.

Contexto, escenario e itinerario didáctico

Las profesoras decidieron que las tres trabajarían con estudiantes de primer año de la escuela en la cual se desempeñaban como docentes. Esta escuela está ubicada en una zona cercana a un barrio carenciado del cual provienen muchos de sus alumnos. El nivel de repitencia es alto y es por ello que las edades de los estudiantes de primer año estaban comprendidas entre los 12 y los 15 años. Los alumnos que cursaban primer año estaban distribuidos en cuatro secciones con alrededor de 20 alumnos cada una. Melina estaba a cargo de dos secciones mientras que Lara y Adriana estaban a cargo de una sección cada una. De todos los cursos en los cuales las profesoras dan clases, primer año es el único compartido.

Es importante señalar que, a pesar de que las profesoras hicieron referencia a las deficiencias de conocimiento, la falta de hábitos relativos al trabajo áulico y el ausentismo frecuente como características entre sus alumnos de primer año, consideraron que sería más sencillo trabajar con ese curso ya que *“tanto alumnos como profesoras entran sin preconcepciones de unos u otros”* (Adriana, notas de campo). En relación con lo anterior Adriana señaló la necesidad de *“estimular”* a los estudiantes. En tal contexto, las profesoras pensaron que un proyecto de modelización matemática de larga duración, *estimularía* a sus estudiantes a involucrarse y comprometerse con la realización de las actividades matemáticas a ser desarrolladas en grupo. Las profesoras montaron en aula un escenario de modelización en el cual ellas seleccionaron el tema alrededor del cual se desarrollaría el proyecto (Caso 2 de Barbosa, 2001a). El tema seleccionado fue: relaciones entre las medidas del cuerpo humano, esto es, relaciones entre medidas antropométricas. La elección de este tema estuvo relacionada con problemáticas que las profesoras reconocían generaban preocupación entre los estudiantes, por ejemplo: moda y discriminación o bulimia y anorexia. Adriana, afirmó varias veces que una de las fuentes de inspiración para la decisión fue la lectura del artículo de Greer et al. (2007) que discute acerca de la modelización relacionada con cuestiones sociales. Los autores reportan acerca de un proyecto relacionado con la imagen corporal y desórdenes alimenticios. Una pregunta formulada en tal proyecto resultó inspiradora para las profesoras: *“¿Cómo luciría Barbie si tuviera la altura de una mujer promedio?”* (p. 95). Puede apreciarse que la preocupación no se focali-

zaba en la matemática: “Nosotras no fuimos a buscar proporciones en el cuerpo, lo que fuimos fue a charlar con los chicos de los cánones de belleza, de... porque el planteo del tema era,... el tema de la bulimia y la anorexia” (Lara, en entrevista). Durante la búsqueda de información para la elaboración de la propuesta concreta, ellas descubrieron el estudio de las proporciones antropométricas en el hombre de Vitruvio: “Estas proporciones que existían las descubrimos después nosotras, después de proponer el tema” (Adriana, en entrevista). A partir de este momento, ingresó al proyecto la noción de proporcionalidad, y si bien no se transformó en el principal objeto matemático de estudio, estuvo presente al generar las diferentes actividades que se propondrían a los estudiantes.

En la propuesta final elaborada por las profesoras, se declaraba como un objetivo: “Que alumnos y docentes vivamos en el aula una experiencia de “Modelización como estrategia pedagógica y todos disfrutemos con ella” (Diciembre 2008). También se planteaba que los alumnos: logren una primera aproximación al concepto de proporcionalidad; descubran relaciones reales entre las longitudes de distintas partes del cuerpo humano; ensayen estrategias de medición; registren las mediciones y valoren estéticamente al cuerpo humano. Según estos objetivos, la noción de proporcionalidad aparece no sólo como concepto matemático a ser descubierto, sino también como herramienta matemática aplicable a la emisión de un juicio estético.

Finalizada la fase de diseño, en Agosto de 2009, los estudiantes recibieron una carta en la que se los invitaba: “...a trabajar en Matemática pero... de un modo distinto, con una propuesta cuidadosamente trabajada por las profes durante mucho tiempo y pensada para ustedes”. En la misma carta, explicaban que trabajarían en grupos cooperativos de 4 ó 5 estudiantes.

Las profesoras estructuraron su propuesta para los estudiantes en tres momentos. En el primero, titulado “De armado de la obra de arte”, los estudiantes debían armar una figura humana de cuerpo completo usando piezas diferentes recortadas de revistas. La figura debía satisfacer las siguientes condiciones:

- Que esté armada con no menos de siete piezas (brazo, mano, cabeza...)
- Que la figura sea lo más proporcionada posible.
- Que la altura total de la figura sea mayor a 20cm.
- Que las distintas partes del cuerpo se vean claramente, por ejemplo, no conviene que tenga puesto abrigo que oculte gran parte de su cuerpo, tampoco debe estar totalmente desnuda.

La condición “que la figura sea lo más proporcionada posible”, fue un punto de partida para la indagación del concepto de proporcionalidad directa. En todos los grupos, los alumnos se preguntaron qué significaba esta expresión, conjeturando diversos sentidos: “que sea lo más humana posible”, “que parezca de verdad”, “que pueda existir en la realidad”, “que no tenga

una pierna más larga que la otra o una más gorda que la otra". En estas expresiones hay un reconocimiento implícito del cuerpo humano como "proporcionado" y por lo tanto una persona no debería tener –por regla general– un torso demasiado largo/corto en relación a las extremidades, o la cabeza demasiado grande/chica, etc. Algunos alumnos acudieron al diccionario: (proporcionado) "Que tiene las dimensiones correctas. Justo. Adecuado"; (proporción) "Relación o correspondencia debida de las partes con el todo o de una cosa con otra". En ciertos diccionarios la definición de proporcionado aludía a armonioso, que los alumnos relacionaron con agradable.

La actividad propuesta nos permite reconocer la presencia de la proporcionalidad directa desde dos perspectivas. Por un lado, para que la figura construida "*parezca de verdad*" se pone en juego la necesidad de producir una reducción a escala de la representación plana de un cuerpo humano. Por otro lado, en el proceso de armado de la figura es necesario respetar ciertas relaciones entre las partes que constituyen el cuerpo humano a fin de lograr que, por ejemplo, "*no tenga una pierna más larga que la otra*".

A medida que se desarrollaba la tarea de armado de la figura, la noción de proporcionalidad parecía ir complejizándose, al menos intuitivamente y desde un punto de vista estético, como se evidencia en el siguiente diálogo (ver Figura 1):

Alumna: *Al principio no sabíamos cómo ir haciendo. Como salió así dijimos que era un mutante, porque los brazos, pies y cabeza no coinciden*
Profesora: *¿O sea que cómo es?*
Alumna: *Desproporcionada*

Varios grupos decidieron construir otra figura. Por ejemplo el grupo que criticó su primera producción diciendo "*tiene el cuerpo largo junto con los brazos, y las piernas están muy cortas; muy deforme*", produjo la secuencia que se muestra en la Figura 2, donde puede observarse una evolución en el realismo de las figuras armadas y un indicio del progreso en la comprensión de la proporcionalidad.

En el segundo momento, titulado "*De crítica y valoración de la obra de arte*", hubo presentaciones de cada grupo mostrando sus *obras de arte*, explicando el procedimiento de armado, realizando críticas y escuchando las preguntas y opiniones de la clase completa, logrando de este modo profundizar la discusión respecto a la proporcionalidad de las figuras.



Figura 2

Figura 1

Cabe señalar que esta instancia contribuyó a que los estudiantes, al ver muchas figuras, comenzaran a discernir entre figuras proporcionadas o no proporcionadas. En términos matemáticos, esta actividad de discernimiento es esencial para la búsqueda de regularidades.

En el tercer momento, titulado “*Problema*”, las profesoras formularon preguntas a fin de iniciar a los estudiantes en actividades de modelización matemática y ayudarlos a comprender el significado de la condición “*que la figura sea lo más proporcionada posible*”. Se pidió a los estudiantes proponer actividades que les permitiesen responder cuestiones tales como: “¿Cuántas veces entra la longitud de la cabeza de una persona en la altura de esa misma persona?”, “¿Cuántas veces entra la envergadura de una persona en la altura de esa misma persona?”, etc. Los problemas generaron en los estudiantes la necesidad de realizar mediciones de las partes del cuerpo mencionadas en los mismos (altura total, envergadura, ancho de hombros, altura de cabeza y cara, longitud del antebrazo, largo y ancho de la mano) y la búsqueda de respuestas condujo a la necesidad de relacionar medidas a través de divisiones. En esta etapa, que concentró buena parte del tiempo destinado al proyecto, la atención se focalizó en las estrategias de medición y el registro adecuado de la información. Una vez que cada grupo registró las mediciones acordadas, cada profesora sistematizó toda la información recogida utilizando una planilla de cálculo. En dicha planilla se consignó el nombre de cada alumno, las mediciones correspondientes a cada una de las variables en consideración y los cocientes calculados. La Figura 3 muestra parcialmente una planilla¹.

Alumno	altura H		cabeza C		cara c		enverg. E		H/C	H'/C'	H/c	H'/c'	H/E	H'/E'
	H	H'	C	C'	c	c'	E	E'						
Mauro	159	157	20	20,5	18	17	158	162	7,95	7,66	8,83	9,24	1,01	0,97
Lucía	145,5	145	19	21,5	18	18,5	144	141	7,66	6,74	8,08	7,84	1,01	1,03

Figura 3

Las planillas fueron los instrumentos a partir de los cuales se inició una exploración de regularidades en un ámbito numérico. Con este fin primero se aproximaron los cocientes a valores enteros, se determinaron valores representativos para cada uno y se reconocieron regularidades. De este modo, por ejemplo, se concluyó que: “*La cabeza de una persona entra siete veces en la altura de esa persona*”, “*La envergadura de una persona entra una vez en la altura de esa persona*”, etc. Reconocemos en estas expresiones la presencia de constantes de proporcionalidad, aunque no hayan sido mencionadas como tales. A partir de las conclusiones obtenidas, Melina, una de las profesoras, destaca:

Esto que hicieron acá, son relaciones matemáticas, ¿sí? [...] Estas relaciones son las que nos

¹ Cada longitud fue medida dos veces en cada alumno (H y H' para la altura, C y C' para la cabeza, etc).

van a servir realmente, pero hablando desde el punto de vista matemático, a determinar entonces si aquella figura que hicimos al comienzo, es proporcionada o no. Nosotros a simple vista, viéndolo cualitativamente, de acuerdo a como estaba armada, si nos gustaba o no, podíamos decir que encajaba o no encajaba, si era proporcionada o no era proporcionada.

Con esto se inició en cada grupo, una instancia de mediciones de las figuras creadas a fin de justificar matemáticamente el hecho que la figura hubiese sido reconocida como no proporcionada. Así por ejemplo, las mediciones realizadas en la Figura 1, permitieron justificar su desproporción al verificar que la longitud de la cabeza entraba 4,5 veces en su altura en lugar de 7 y por ello su cabeza “*no coincide*”, tal como lo apreció el grupo.

Conclusiones

Hemos descripto el proceso de implementación de un escenario de modelización ideado por tres profesoras, en particular, el itinerario didáctico en torno al concepto de proporcionalidad directa. Tal itinerario, si bien respeta el recorrido ideado por las docentes, toma cursos que trascienden lo planificado, característica propia de escenarios de modelización.

En un trabajo de arqueología matemática, hemos puesto en evidencia los aspectos matemáticos relacionados con la noción de proporcionalidad directa que subyacen en el itinerario didáctico vivido en aula y que no se hicieron explícitos para los alumnos. Esto se debe a que las profesoras no se habían planteado como objetivo de este proyecto formalizar la noción de proporcionalidad. El siguiente diálogo entre Adriana (A) y Lara (L) refleja el reconocimiento de la complejidad en el tratamiento de la noción y el carácter provisorio que adquiere el concepto en el marco del proyecto:

A: a mí me parece que es tan brutal el concepto de proporcionalidad que los chicos...

L: ... que les puede llevar años construirlo

A: claro, claro, por eso te digo, yo siento que fue una aproximación muy incompleta, pero que...

L: ... pero a la vez muy concreta, muy palpable, creo que ahí está lo valioso

A: claro, por ahí si la experiencia queda en eso en una de esas se pierde mucho... hay que ver la manera de retomarla

L: yo creo que el momento puede llegar a ser tercer año que es cuando nosotros nos abocamos a trabajar con funciones de proporcionalidad

Lo reportado en este escrito pone en evidencia que a pesar de la decisión de las profesoras de montar un escenario de modelización con momentos bien pautados y de ese modo superar los desafíos que significaba el abordaje pedagógico, el itinerario presentado dio cuenta de las iniciativas y aportes de los estudiantes.

Finalmente se destaca que el escenario en el que vive el itinerario descripto, es un escenario que pone en evidencia un aprendizaje profesional basado en una experiencia de aula relevante para la práctica de las tres docentes y que contribuye con su desarrollo como tales.

Bibliografía

- Barbosa, J. (2001a). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In *Anais da 24 Reunião Anual da Anped*. Caxambu: ANPED. CD-ROM.
- Barbosa, J. (2001b). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*, tesis de Doctorado de la Universidad Estadual Paulista, Brasil.
- Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Blomhøj, M. & Kjeldsen, T. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. The Int. Journal of Mathematics Education*, 38 (2), 163-177.
- Costa, G. & Fiorentini, D. (2007) Mudança da Cultura Docente em um Contexto de Trabalho Colaborativo de Introdução das Tecnologias de Informação e Comunicação na Prática Escolar. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, Rio Claro. Vol. 20, n. 27, 1-22.
- Denzin, N. & Lincoln, Y. (2000). *Handbook of Qualitative Research*. California: Sage.
- Doerr, H. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 69-78). New York: Springer.
- Esteley, C. (2011) *Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: voces y sentidos*. Tesis de Doctorado en Ciencias de la Educación. Universidad Nacional de Córdoba.
- Esteley, C. & Villarreal, M. (2009). Desarrollo profesional de profesores de matemática. In *VI Jornadas de Investigación en Educación*. Córdoba: FFyH-UNC. 1 CD-ROM.
- Esteley, C.; Mina, M.; Cristante, A. & Marguet I. (2007). Innovación en el aula: desarrollo profesional y modelización. En R. Abrate & M. Pochulu (Eds.), *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (p. 281-293). Villa María: UNVM.
- Ferreira, A. (2008). O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências (pp.149-166.) En Nacarato, A. & Paiva, M. *A Formação do Professor que Ensina Matemática: perspectivas e pesquisas*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Fiorentini, D. & Castro, F. (2003) Tornando-se professor de Matemática: O caso de Allan em Prática de Ensino e Estágio Supervisionado. En D. Fiorentini (org.) *Formação de professores de Matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares*. Mercado de Letras (p. 121-156).
- Fiorentini, D. (2001). De profesor isolado ou plugado para profesor conectado: novas perspectivas à formação do profesor de matemática. En Coletânea de trabalhos de PRAPEM (UNICAMP).
- Greer, B.; Verschaffel, L. & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: mathematics and children's experience. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 89-98). New York: Springer.
- Guérios, E. (2005). Espaços Intersticiais na Formação Docente: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática (p. p.128-151). En Fiorentini, D. & Nacarato A. *Cultura, Formação e Desenvolvimento Profissional de Professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando sobre a prática*. São Paulo: Musa.
- Mina, M.; Esteley, C.; Marguet, I.; & Cristante, A. (2007). Experiencia de modelización con alumnos de 12-13 años. In R. Abrate & M. Pochulu (Eds.), *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (p. 295-304). Villa María: UNVM.
- Oliveira, A. & Barbosa, J. (2009). The teachers' tensions in mathematical modelling practice. In M. Blomhøj & S. Carreira (Eds.), *Proceedings from Topic Study Group 21 at ICME-11* (pp. 133-143). Dep. of science, systems and models, Roskilde University.
- Passos, C., Nacarato, A., Fiorentini, D., Miskulin, R., Grando, R., Gama, R., Megid, M., Freitas, M., Melo, M. (2006) Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. *Quadrante: Revista teórica e de investigação*. Lisboa: APM, 15 (1-2), 193-219.
- Skovsmose, O. (1994) *Towards a Philosophy of Mathematics Education*. Kluwer Publishers.
- Villarreal, M.; Esteley, C. & Smith, S. (2011) Desafíos y decisiones de profesores de matemática en escenarios de modelización: el diseño de un proyecto para el aula. En CD XIII Coenferencia Interamericana de Educación Matemática.
- Villarreal, M., Esteley, C. & Mina, M. (2010) Interplay between modeling and information and communications technologies. *ZDM The Int. Journal of Mathematics Education*, 42 (3-4), 405-419.