Facultad de Matemática, Astronomía y Física
Universidad Nacional de Córdoba

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FAMAF

Álgebra / Álgebra II · 2014-1
Parcial N° 1

Nombre Completo:
Documento:

Ejercicio 1 (20 Ptos.) Consideremos la matrix con entradas complejas $A := \begin{pmatrix} 1 & z & 0 \\ 0 & 2 & z \\ z & \imath & 0 \end{pmatrix}$ ($\imath$ es el número complejo $\sqrt{-1}$).

a) (12 Ptos.) Determinar los $z \in \mathbb{C}$ tales que la matrix A es inversible. (**Prohibido usar propiedades del determinante**)

b) (8 Ptos.)En la matriz A hacer $z := 1 + \imath$. Expresar la inversa de A como producto de *matrices elementales.*

Ejercicio 2 (30 Ptos.) Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rcl} u - v + 3x + 2y & = & a \\ -u + 2v - x + 2y & = & b \\ u + 5x + 6y & = & c \end{array} \right.$$

a) (10 Ptos.) Describir los valores a, b y c en $\mathbb{R}$ tales que el sistema tiene solución en $\mathbb{R}$.

b) (10 Ptos.) Determinar todas las soluciones del sistema para $a = 1$, $b = -1$ y $c = 1$.

c) (10 Ptos.) Determinar si existen a, b y c en $\mathbb{R}$ tales que el correspondiente sistema tiene una única solución.

Ejercicio 3 (25 Ptos.) Diga si las siguientes afirmaciones son verdades o falsas. Justifique sus respuestas.

a) (10 Ptos.) Las únicas matrices con inversa a derecha e inversa a izquierda son las matrices cuadradas.

b) (5 Ptos.) Si el sistema no homogéneo $Ax = b$ tiene solución, entonces el sistema homogéneo $Ax = 0$ tiene solución distinta de la trivial.

c) (10 Ptos.) Si A es una matriz $n \times m$ con $n < m$ y el sistema no homogéneo $Ax = b$ tiene solución, entonces tal sistema tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 4 (25 Ptos.) Probar que si W es un *subespacio propio* de $\mathbb{R}^2$ (es decir $W \neq \{0\}$ y $W \neq \mathbb{R}^2$) entonces W es una *línea recta* que pasa por el origen, es decir, existe un $(a, b) \in W$ tal que $W = \{t(a, b) : \text{ con } t \in \mathbb{R}\}$.

Ejercicio	1	2	3	4	Total
Puntaje					