

FISICA GENERAL III– 2012
Guía de Trabajo Practico No 9
ANÁLISIS DE CIRCUITOS RL, RC Y
RCL SERIE Y PARALELO.



R. Comes y R. Bürgesser

Objetivos:

Estudiar el comportamiento de distintos elementos (resistores, bobinas y capacitores) cuando son alimentados con tensión alterna. Análisis de impedancia y diferencia de fase. Diagramas vectoriales de impedancia y admitancia.

Introducción

Bobina

Un inductor o bobina es un elemento que se opone a los cambios de intensidad de corriente en un circuito. Cuando circula por una bobina una intensidad de corriente i variable con el tiempo (generada por una fuente de tensión alterna), la ecuación de malla correspondiente es:

$$-L \frac{di}{dt} + V_0 \sin(\omega t) = 0$$

donde L es la inductancia en Henrios (H), $\omega = 2\pi f$ es la *frecuencia angular*, cuyas unidades son radianes por segundos (rad/s), con f la *frecuencia* en Hertz (Hz) de la tensión alterna aplicada.

Integrando esta ecuación se obtiene i en función del tiempo:

$$i(t) = \frac{V_0}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

La intensidad de la corriente i en la bobina está retrasada 90° respecto de la diferencia de potencial entre los extremos de la misma (V_L). La relación entre sus amplitudes es:

$$i = \frac{V_L}{\omega L}$$

con $V_L = V_0$ la amplitud de la tensión alterna.

La oposición al paso de una corriente eléctrica por inductores se denomina reactancia inductiva, la cual se designa como X_L , se mide en Ohms (Ω) y se calcula mediante la siguiente fórmula

$$X_L = \omega L$$

Por tanto, la reactancia de una bobina es directamente proporcional a la frecuencia. A

medida que aumenta la frecuencia aumenta la reactancia, disminuye la intensidad de corriente y viceversa. La intensidad de la corriente a través de la bobina se puede expresar en términos de X_L como:

$$i = \frac{V_L}{X_L}$$

Capacitor

Un capacitor es un elemento que almacena carga. Cuando se lo conecta a una fuente de tensión alterna, la ecuación correspondiente del circuito puede escribirse:

$$\frac{Q(t)}{C} + V_0 \sin(\omega t) = 0$$

donde C es la capacidad del capacitor.

La solución a esta ecuación es:

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

La intensidad de la corriente i en el capacitor está adelantada 90° respecto de la diferencia de potencial V_C entre los extremos del mismo. La relación entre sus amplitudes es:

$$i = \omega C V_C$$

con $V_C = V_0$ la amplitud de la tensión alterna.

La reactancia capacitiva se designa como X_C , se mide en Ohms (Ω) y se calcula mediante la siguiente fórmula

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

La intensidad de la corriente a través del capacitor se puede expresar en términos de X_C como:

$$i = \frac{V_C}{X_C}$$

Circuito RLC en serie

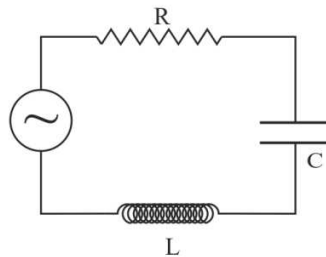


Figura 1: Circuito RLC en serie

El circuito que se muestra en la figura 1, el cual está compuesto por una fuente de tensión variable $V(t)$, una resistencia R , un condensador de capacidad C y una bobina de auto inductancia L , se denomina circuito RLC serie.

De acuerdo a la segunda ley de Kirchoff resulta que:

$$V = iR + \frac{Q}{C} + L \frac{di}{dt}$$

Para el caso de una fuente de tensión sinusoidal de frecuencia f_0

$$V(t) = V_0 \sin(2\pi f_0 t)$$

La solución de la ecuación anterior, para el estado estacionario, toma la forma:

$$i(t) = i_0 \sin(2\pi f_0 t + \phi)$$

De aquí puede verse que las diferencias de potencial entre los terminales de cada elemento serán:

$$V_R(t) = V_{0R} \sin(2\pi f_0 t + \phi_R)$$

$$V_L(t) = V_{0L} \sin(2\pi f_0 t + \phi_L)$$

$$V_C(t) = V_{0C} \sin(2\pi f_0 t + \phi_C)$$

A partir de estas ecuaciones, se puede dibujar el diagrama de vectores (figura 2) teniendo en cuenta que:

1. la intensidad de la corriente que pasa por todos los elementos es la misma,
2. la suma (vectorial) de las diferencias de potencial entre los extremos de los tres elementos es igual a la diferencia de tensión en la fuente.

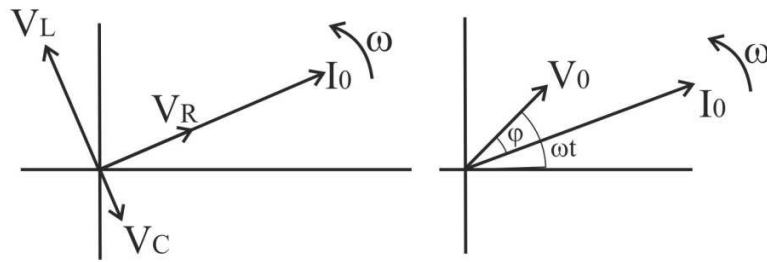


Figura 2: Diagrama vectorial

El módulo del vector resultante de la suma de los tres vectores es:

$$V_0 = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = i_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Se denomina impedancia del circuito a la magnitud

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

de modo que se cumpla una relación análoga a la de los circuitos de corriente continua

$$V_0 = Zi_0$$

El ángulo ϕ que forma el vector resultante de magnitud V_0 con el vector que representa la intensidad i_0 es

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Circuito RLC en paralelo

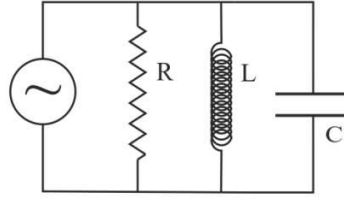


Figura 3: Circuito RLC en paralelo.

El circuito de la figura 3 se denomina circuito RLC paralelo. Para este circuito

$$V = V_R = V_L = V_C$$

$$i = i_R + i_L + i_C$$

Para este caso es conveniente definir la admitancia como la inversa de la impedancia,

$$Y = \frac{i}{V} = \frac{1}{Z} = B_R + B_L + B_C$$

donde B_R , B_L y B_C se denominan susceptancias resistiva, inductiva y capacitiva respectivamente.

$$B_R = \frac{1}{R}$$

$$B_L = -\frac{1}{\omega L}$$

$$B_C = \omega C$$

A partir de estas ecuaciones, se puede dibujar el diagrama de vectores teniendo en cuenta que:

1. la diferencia de potencial en todos los elementos es la misma,
2. la suma (vectorial) de las intensidades de la corriente por cada uno de los elementos es igual a la intensidad de corriente en la fuente..

Trabajo Experimental

1. Arme un circuito utilizando una inductancia y una resistencia como impedancias (circuito RL), y un generador de onda sinusoidal de frecuencia variable como fuente de alimentación. Seleccione una frecuencia y una tensión de alimentación, y mida con el osciloscopio:

- el valor de la tensión "pico a pico" (V_{pp}) en cada elemento del circuito.
- la diferencia de fase entre la tensión de la fuente y la corriente del circuito, y entre la caída de tensión en cada elemento y la corriente.

Repita las mediciones para un valor de frecuencia que difiera al menos 10 veces del anterior.

A partir de las mediciones realizadas y del valor de resistencia utilizado, determine el valor de L. Confeccione los diagramas vectoriales de impedancias del circuito.

2. Repita el punto anterior reemplazando la inductancia por un capacitor.

A partir de las mediciones realizadas y del valor de resistencia utilizado, determine el valor de C. Confeccione los diagramas vectoriales de impedancias del circuito.

3. Arme un circuito RLC serie y para una frecuencia y una tensión de alimentación dada:

- i) Analice el comportamiento de la corriente en un circuito RLC en función del valor de la resistencia.
- ii) Determine las diferencias de fase relativas entre los elementos del circuito RLC y entre cada elemento y la fuente. Confeccione el diagrama vectorial de impedancias del circuito.

4. Repita el punto anterior para un circuito RLC paralelo.

Para este caso, confeccione el diagrama vectorial de admitancia del circuito.

Bibliografía:

1. <http://fisicageneral3.blogspot.com/>
2. SEARS, ZEMANSKY, YOUNG, FREEDMAN: "Física Universitaria", Vol. I y II, Pearson, 1999
3. SERWAY-J "Física para Ciencias e Ingeniería" Editorial Thomson
4. TIPLER-MOSCA: "Física para la Ciencia y la Tecnología" Vol 2A, Electricidad y Magnetismo, Editorial Reverté, 2005

Parámetros de una señal de corriente alterna.

Los principales parámetros que caracterizan a una señal alterna pura, de corriente o voltaje, (figura 4) son su amplitud, su frecuencia y su fase. Otros parámetros relacionados con la amplitud son el valor instantáneo, el valor pico a pico, el valor promedio y el valor eficaz.

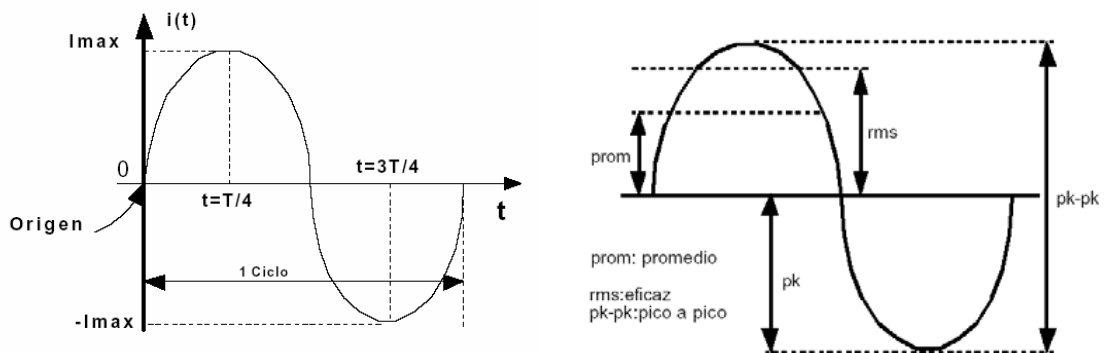


Figura 4. a) Señal de Corriente Alterna Pura. b) Valores pico, pico a pico (pk-pk), promedio y eficaz

La amplitud máxima de la señal se denomina también “valor pico o peak” y se refiere al máximo valor positivo, o negativo, que alcanza la señal durante un ciclo. El valor pico de una señal de voltaje se mide en volts (V) y el de una señal de corriente en Amperes (A).

El Valor Instantáneo (VI) es el que tiene la señal en cualquier instante de tiempo y se puede expresar en forma general mediante una ecuación del tipo:

$$V_I = A \sin(\omega t \pm \varphi)$$

El valor pico a pico es numéricamente igual al doble del valor pico y corresponde al medido entre los puntos de amplitud máxima de un ciclo de la señal.

El Valor promedio se define como el promedio aritmético de todos los valores que adopta la señal durante un semiciclo y es aproximadamente igual al 63.7% del valor pico. Esto es:

Valor pico a pico = 2.Valor pico
Valor promedio $\approx 0,637 \cdot$ Valor pico

El valor eficaz o rms (root-mean-square: raíz cuadrática media) de una señal de corriente alterna es el que produce en un elemento resistivo la misma disipación de potencia.