PRIMER PARCIAL

1. Sea $\beta(t) = \dfrac{e^t}{\sqrt{3}}(\cos t, \operatorname{sen} t, 1),\ t \in \mathbb{R}$.

   a) ¿Es β una curva parametrizada por longitud de arco?

   b) Calcular el triedro de Frenet, la curvatura y la torsión de β.

2. Si F es una isometría de $\mathbb{R}^3$, α es una curva regular y $\beta = F \circ \alpha$, probar que α y β tienen la misma curvatura.

3. Probar que $S = \{(u^2, v^2, uv) : u, v > 0\}$ es una superficie regular.

4. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

   a) Sean α y β dos curvas con curvatura κ_1, κ_2 y torsión τ_1, τ_2, respectivamente. Si $\kappa_1(t) = \kappa_2(t)$, para todo t, entonces $\tau_1(t) = \tau_2(t)$, para todo t.

   b) El conjunto $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (\sqrt{y^2 + z^2} - 2)^2 + x^2 = 1\}$ es una superficie regular.